EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2011
(SEGUNDA FASE)

EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL SUPERIOR 2011

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

26/09/2010

Nome Completo: ______________________________

Documento de Identidade: ______________________________

Assinatura: ______________________________

INSTRUÇÕES

1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DE SALA**.
2. A prova tem **30 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a sua resolução. A página **30** é para **RASCUNHO** e não será considerada na correção.
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretos na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA**. O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR A DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!!***).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação do enunciado da questão.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h30min**.
10. Não é permitido fumar no local de exame.

Gabarito

1) Seja Σ = ($O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) um sistema de coordenadas ortogonal em E^3, em que {$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$} é uma base ortonormal positiva de V^3.

Considere os pontos: P = $(-2,2,-4)_\Sigma$ e Q = $(1,0,-1)_\Sigma$ e as retas r e s dadas por: r: X=$(1,2,-1)_\Sigma$ +λ(1,0,1), $\lambda\in$R e s: 0 = y = $2x$-z-3.

a) Verifique que P pertence a r e que Q pertence a s.

b) Mostre que r e s são reversas.

c) Sendo A = $(1,2,-1)_\Sigma$, ache os pontos B em s tais que o tetraedro $ABPQ$ tenha volume igual a 1.

d) Dê uma equação geral para os planos α e β, tais que r esteja contida em α, s esteja contida em β e α seja paralelo a β.

e) Calcule a menor distância possível entre um ponto de α e um ponto de β.

RESPOSTA:

a) Os pontos de r têm coordenadas do tipo: $(1+\lambda, 2, -1+\lambda)_\Sigma$, $\lambda\in \mathbb{R}$.
Se λ=-3, temos que $P = (-2,2,-4)_\Sigma \in r$.
Vamos verificar que as coordenadas de Q satisfazem à equação de s: 0=0=2.1-(-1) -3.

b) Primeiramente vamos encontrar um vetor diretor para a reta s.
Do item anterior já sabemos que o ponto Q está em s.
Da equação de s concluímos que o ponto S=$(2,0,1)_\Sigma$ também está em s, um vetor diretor de s é: $\overrightarrow{QS}$ = (1,0,2).
Um vetor diretor da reta r é v_r=(1,0,1).
Para verificarmos que r e s são reversas basta provarmos que os vetores $\overrightarrow{QS}$, v_r e $\overrightarrow{PQ}$=(3,-2,3) são linearmente independentes.

Para isso vamos calcular: $\det\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 3 \end{bmatrix} = -2\neq 0$

c) Um ponto que está em s tem coordenada na forma: $B = (x, 0, 2x-3)_\Sigma$.
O volume do tetraedro $ABPQ$ é calculado com os vetores: $\overrightarrow{AQ}$=(0,-2,0), $\overrightarrow{PQ}$=(3,-2,3) e $\overrightarrow{BQ}$=(1-x, 0, 2-2x), através do produto misto pela expressão:

$$(1/6)|[\ \overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{BQ}\ ]| = \frac{1}{6}\left|\det\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 3 \\ 1-x & 0 & 2-2x \end{bmatrix}\right| = \frac{2}{6}|3-3x| = |1-x| = 1.$$

Então x=0 ou x=2 e os pontos procurados são: $B = (0,0,-3)_\Sigma$ e $B = (2,0,1)_\Sigma$.

d) Apenas observando as equações dadas vemos que a reta r está contida no plano α: $y = 2$ e a reta s está contida no plano β: $y = 0$. Esses planos são paralelos, pois um vetor normal a ambos é $\vec{n} =(0,1,0)$.
Vamos encontrar as equações desses planos, calculando-as.

Vimos no item (a) que um vetor diretor de r é $v_r = (1,0,1)$ e um vetor diretor de s é $\overrightarrow{QS} = (1,0,2)$.
Um ponto $X=(x, y, z)_\Sigma$ pertence ao plano que contém r e é paralelo a s se e só se os vetores $v_r = (1,0,1)$, $\overrightarrow{QS} = (1,0,2)$ e $\overrightarrow{PX} = (x+2, y-2, z+4)$ forem linearmente dependentes.
Então uma equação desse plano é dada por:

$$\det\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ x+2 & y-2 & z+4 \end{bmatrix} = 0,$$ donde temos α: $y = 2$ que é uma equação geral do plano procurado.

Um vetor normal ao plano α: $y = 2$ é $\vec{n} =(0,1,0)$.
Assim, um plano paralelo a esse tem equação do tipo $y = d$, se esse plano contém a reta s.
Então, o ponto $Q = (1,0,-1)_\Sigma$ está nesse plano, ou seja o outro plano procurado é β: y = 0.

e) No item (d), encontramos os planos α: $y = 2$ e β: $y = 0$.
A menor distância entre pontos desses planos é 2. Vamos calculá-la.
Consideremos uma equação vetorial da reta normal a α que passa por P: $X = (-2,2,-4)_\Sigma + \lambda(0,1,0)$, $\lambda \in \mathbf{R}$.
A interseção dessa reta com o plano β é o ponto $T= (-2,0,-4)_\Sigma$.
A menor distância possível entre um ponto de α e um ponto de β é igual ao módulo do vetor $\overrightarrow{PT} = (0,2,0)$ que é igual a 2.

2) Seja B = {(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)}, base de R^3. Considere a transformação linear **T**: $R^3 \rightarrow R^3$, cuja matriz em relação à base B é:

$$A=\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ a & -1 & 0 \\ 9 & b-2 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) Calcule todos os autovalores de **T**.

b) Determine todos os números reais a e b para os quais a transformação **T** é diagonalizável.

c) Supondo que a=0 e b=2, encontre uma base C de R^3 formada por autovetores de **T**.

d) Supondo que a=0 e b=2, ache uma matriz H tal que H^3=A.

RESPOSTA:

a) Primeiramente vamos calcular o polinômio característico de **T**,

$$p_{\mathbf{T}}(x) = \det\begin{bmatrix} 8-x & 0 & 0 \\ a & -1-x & 0 \\ 9 & b-2 & -1-x \end{bmatrix} = (8-x)(1+x)^2 .$$

As raízes de $p_{\mathbf{T}}(x)$ são os autovalores de **T**. Então os autovalores de **T** são 8 e -1.

b) Um operador linear é diagonalizável se e somente se todas as raízes do seu polinômio característico são reais e, para cada autovalor, as suas multiplicidades algébrica e geométrica são iguais.
Do item (a) temos que todas as raízes do polinômio característico de **T** são reais e também que 8 é autovalor de **T** com multiplicidade algébrica 1 e -1 é autovalor de **T** com multiplicidade algébrica 2.
Como a multiplicidade geométrica de um autovalor é sempre maior ou igual a 1 e menor ou igual à sua multiplicidade algébrica, concluímos que as multiplicidades algébrica e geométrica do autovalor 8 são iguais.
Vamos calcular a multiplicidade geométrica do autovalor -1.
A multiplicidade geométrica de -1 é igual à dimensão do subespaço ker(**T**+**I**).

A matriz do operador **T**+**I** em relação à base B é: $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 9 & b-2 & 0 \end{bmatrix}$.

Se $(x,y,z) \in$ ker(**T**+**I**) então $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 9 & b-2 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Donde concluímos que ker(**T**+**I**) $=\{(0, y, z) : y, z \in \mathbb{R}\}$ se e somente se b=2 , então dimensão do subespaço ker(**T**+**I**) é igual a 2 se e somente se b=2 , ou seja, as multiplicidades algébrica e geométrica do autovalor -1 são iguais se e somente se b=2 .
Observe que se $b \neq 2$ então ker(**T**+**I**) $=\{(0, 0, z) : z \in \mathbb{R}\}$ que tem dimensão igual a 1.
Portanto, a transformação **T** é diagonalizável para todo número real a e para b=2.

c) No item (b) já encontramos todos os autovetores associados ao autovalor -1 quando b=2 e a é qualquer número real.
Uma base de ker(**T**+**I**) é {(0,1,0),(0,0,1)}.
Vamos achar ker(**T**-8**I**) que é o subespaço dos autovetores associados ao autovalor 8.

A matriz do operador **T**-8**I** em relação à base B é: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 9 & 0 & -9 \end{bmatrix}$.

Se $(x,y,z) \in$ ker(**T**-8**I**) então $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 9 & 0 & -9 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. Donde concluímos que

ker(**T**-8**I**) ={(x, 0, x) : $x \in \mathbf{R}$} e uma base desse subespaço é {(1,0,1)}.
Como autovetores associados a autovalores diferentes são sempre linearmente independentes temos que uma base de $\mathbf{R}^3$ formada por autovetores de **T** é:
C = {(1,0,1),(0,1,0),(0,0,1)}.

d) A matriz de **T** em relação à base X de $\mathbf{R}^3$ encontrada no item (c) é:

$[\mathbf{T}]_X = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, já que **T** é diagonalizável quando a=0 e b=2.

Assim podemos escrever A= $[\mathbf{I}]_{C,B}\,[\mathbf{T}]_C\,[\mathbf{I}]_{B,C}$, onde **I** é o operador identidade de $\mathbf{R}^3$.

Chamando $M=[\mathbf{I}]_{C,B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $M^{-1} = [\mathbf{I}]_{B,C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Se considerarmos a matriz: $K = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ observamos que $K^3 = [\mathbf{T}]_X$ e então se tomarmos

$H=MKM^{-1}$, teremos que $H^3= MK^3\,M^{-1}=M[\mathbf{T}]_C M^{-1} = A$, assim $H=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ é a matriz

procurada.

3) Considere a transformação linear **P**: $R^2 \rightarrow R^2$, definida por:

$$\mathbf{P}(x,y)=(-2x-4y,\ \frac{3}{2}x+3y)$$

a) Dê uma equação de reta que represente núcleo (*kernel*) de **P** e uma equação de reta que represente a imagem de **P**.

b) Ache a matriz, **A**, de **P** em relação à base $B=\{(1,0),(0,1)\}$ de R^2 e mostre que $\mathbf{A}^2=\mathbf{A}$.

c) Seja S: $R^2 \rightarrow R^2$ o operador linear dado por: S= 2**P** - **I**, em que **I** representa o operador identidade. Mostre que $S^2 = \mathbf{I}$.

d) Considerando em R^2 o produto interno usual, $<(x,y),\ (a,b)>=ax+by$, para todos $(x,y),\ (a,b) \in R^2$, é possível dizer que a transformação **P** é uma projeção ortogonal? **Justifique**.

RESPOSTA:

a) Seja $(x, y) \in \ker(\mathbf{P})$, então $\mathbf{P}(x,y)=(0,0)$ e $-2x-4y = 0$ e $\frac{3}{2}x+3y=0$.

Assim $\ker(\mathbf{P})=\{(x,-\frac{1}{2}x) : x \in \mathbb{R}\}$.

Os pontos $(x, y) \in \ker(\mathbf{P})$ são tais que $y = -\frac{1}{2}x$ que é a equação de uma reta em $\mathbb{R}^2$.

A imagem de **P** é o subespaço: $\mathrm{Im}(\mathbf{P})=\{ (-2x-4y,\ \frac{3}{2}x+3y) : x,\ y \in \mathbb{R}\}$

$(-2x-4y,\ \frac{3}{2}x+3y)= x(-2,\ \frac{3}{2}) + y(-4,3)= (x+2y)(-2,\ \frac{3}{2})= \frac{x+2y}{2}(-1,\ \frac{3}{4})$.

Assim o vetor $(-1,\ \frac{3}{4})$ é um gerador da imagem de **P.**

Dessa forma vemos que os pontos $(x, y) \in \mathrm{Im}(\mathbf{P})$ são tais que $y = -\frac{3}{4}x$ que é a equação de uma reta.

b) Calculando $\mathbf{P}(1,0)= (-2,\ \frac{3}{2}) = -2(1,0)+ \frac{3}{2}(0,1)$ e $\mathbf{P}(0,1)= (-4,3)=-4(1,0)+3(0,1)$,

temos a matriz $\mathbf{A}= [\ \mathbf{P}\ ]_B = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 3/2 & 3 \end{bmatrix}$, donde segue que $\mathbf{A}^2=\mathbf{A}$.

c) Vamos achar a matriz do operador S= 2**P**- **I** em relação à base B :

$[\,S\,]_B = 2\mathbf{A} - [\,\mathbf{I}\,]_B = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ donde segue que $[\,S\,]^2_B$ é a matriz identidade e portanto o operador $S^2 = \mathbf{I}$, já que $[\,S\,]^2_B = [\,S^2\,]_B$.

Uma outra maneira de resolver essa questão é fazendo o seguinte calculo:

Seja $v \in \mathbb{R}^2$, então $S^2(v)=S(S(v))=S((2\mathbf{P}-\mathbf{I})(v))=S(2\mathbf{P}(v)-\mathbf{I}(v))= (2\mathbf{P}-\mathbf{I})(\,2\mathbf{P}(v)-v)=4\mathbf{P}^2(v)-\,4\mathbf{P}(v)+v=v$,

Já que $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ pois pelo item (a) vimos que $\mathbf{A}^2=\mathbf{A}= [\,\mathbf{P}\,]_B$ e sabemos que $[\,\mathbf{P}\,]^2_B = [\mathbf{P}^2\,]_B$.

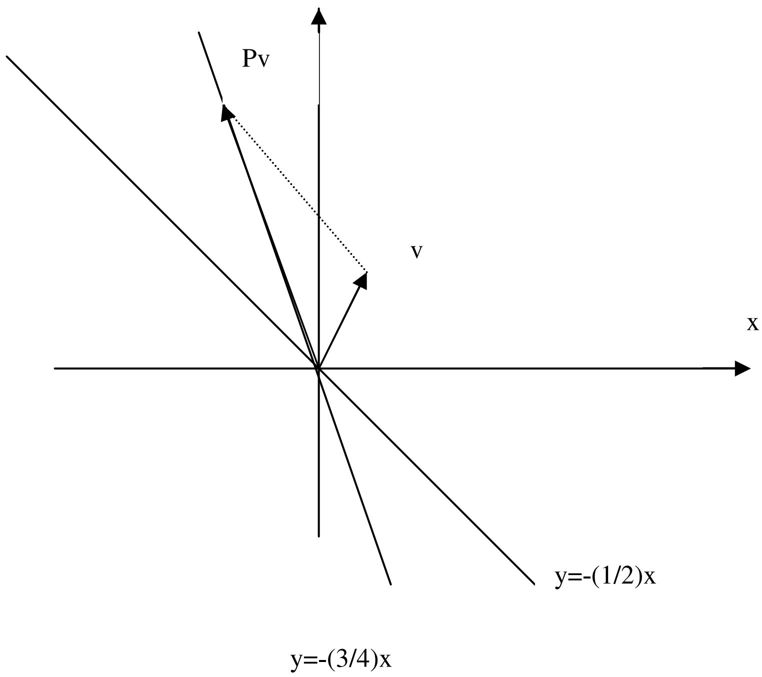
Concluímos assim que $S^2 = \mathbf{I}$.

d) Não podemos dizer que o operador **P** é uma projeção ortogonal pois como foram calculados no item (a), a sua imagem é Im(**P**) $=\{(a, -\frac{3}{4}a) : a \in \mathbb{R}\}$, que é gerada pelo vetor $(1, -\frac{3}{4})$ e o núcleo de **P** é ker(**P**) $= \{(x, -\frac{1}{2}x) : x \in \mathbb{R}\}$, que é gerado pelo vetor $(1, -\frac{1}{2})$ e o produto interno

$<(1, -\frac{3}{4}), (1, -\frac{1}{2}) >= \frac{11}{8} \neq 0$, ou seja esses subespaços não são ortogonais.

Podemos dizer apenas que **P** é a projeção sobre a reta $y = -\frac{3}{4}x$, paralelamente à reta $y = -\frac{1}{2}x$.

Ilustramos esse fato no desenho abaixo:



4) No caso de materiais poliméricos, a primeira lei de Fick é dada por:

$$J = -P_M \frac{P_{ext} - P_{\text{int}}}{\Delta x}$$

em que:

J = fluxo de gás através da parede de material polimérico.
P_M = coeficiente de permeabilidade do gás.
P_{ext} = pressão externa.
P_{int} = pressão interna.
Δx = espessura da parede de material polimérico.

Para calcular o tempo de prateleira de uma garrafa de refrigerante feita de PET [poli(etileno teraftalato)] para que não perca o gás, pode-se empregar a primeira lei de Fick, descrita acima. O gás que é colocado no refrigerante é o CO_2 e o PET é permeável a este gás. Uma garrafa de refrigerante de 600 ml tem uma pressão interna de 400 kPa, e uma pressão externa de 0,4 kPa.

Pede-se:

a) Calcular o gradiente de pressão na parede da garrafa.

b) Calcular o fluxo de CO_2 através da parede da garrafa.

c) Calcular a vazão de CO_2 (em cm^3/s) através da parede da garrafa.

d) Sabendo-se que uma perda de 800 cm^3 de CO_2, nas Condições Normais de Temperatura e Pressão (CNTP), faz com que o refrigerante perca a sua efervescência, calcular o tempo de validade deste refrigerante na prateleira do supermercado, em dias, considerando que do término do engarrafamento do refrigerante até a garrafa ser colocada na prateleira do supermercado são decorridos 2 dias.

Dados: área da superfície da garrafa = 500 cm^2;
espessura da parede da garrafa = 0,04 cm;
permeabilidade do CO_2 no PET = $0{,}20.10^{-13}$ (cm^3 CNTP)(cm)/(cm^2.s.Pa);
1kPa = 1000 Pa.

***Lembrete**: não esquecer de indicar as unidades nas respostas.*

RESPOSTA:

a) Cálculo do gradiente de pressão:

$$\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{(400 - 400000)}{(0{,}04 - 0)} = \frac{-399600}{0{,}04} = -9{,}99.10^6 (Pa/cm)$$

b) $J = -P_M \dfrac{\Delta P}{\Delta x} = -(0{,}20.10^{-23}).(-9{,}99.10^{6}) = 1{,}998.10^{-7}\,(cm^3 \quad CNTP)/cm^2.s)$

c) $\text{Vazão}_{CO_2} = \dfrac{\text{J}}{\text{Área da superficie da garrafa}} = \dfrac{1{,}998.10^{-7}}{800} = 9{,}99.10^{-5}(cm^3 \quad CNTP)/s)$

d) Tempo total de perda de 800 cm^3 de CO_2 da garrafa de refrigerante:

$$tempo \quad total = \frac{800}{9{,}99.10^{-5}} = 8{,}008.10^{6}\,s = 92{,}68 \quad dias$$

$$tempo \quad de \quad prateleira = 92{,}68 - 2 = 90{,}68 dias \cong 3 \quad meses$$

5) Para ligas de dois metais A e B, existe uma fase α (solução sólida de B em A) e uma fase β (solução sólida de A em B), conforme figura abaixo. Em uma dada temperatura, as frações em massa das fases α e β, para estas duas ligas A-B, são apresentadas na tabela a seguir.

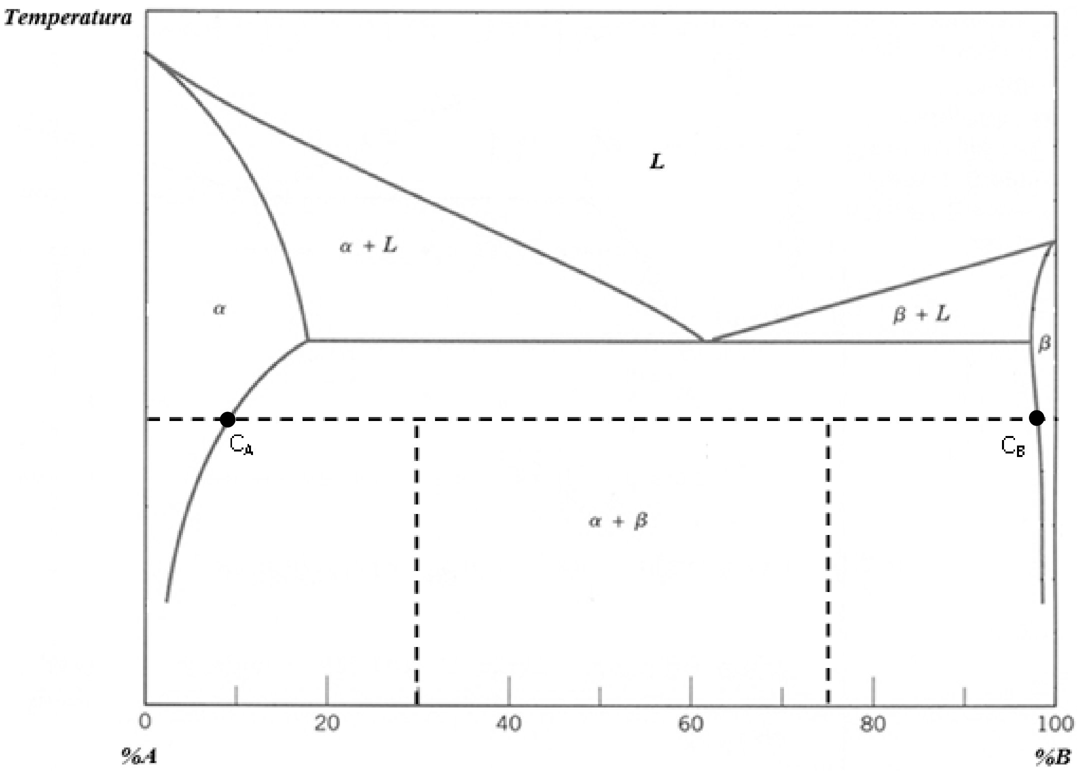
Composição da liga*	Fração em massa da fase α	Fração em massa da fase β
70% de A e 30% de B	0,80	0,20
25% de A e 75% de B	0,20	0,80

*porcentagem em peso

Pede-se:

a) Calcular o limite de solubilidade de B em β (C_B) na temperatura indicada pela linha tracejada.

b) Calcular o limite de solubilidade de A em α (C_A) na temperatura indicada pela linha tracejada.



RESPOSTA:

a) Para calcular o limite de solubilidade de B em β (C_B), basta aplicar a regra da alavanca para as duas frações em massa de α, para as duas ligas, na temperatura indicada. Assim:

$$\%\alpha = \frac{C_{\mathbf{B}} - C_{Liga}}{C_B - C_A}$$

Para a liga 70%A-30%B tem-se:

$$\%\alpha_{70\% A} = 0{,}80 = \frac{C_B - 0{,}30}{C_B - C_A} \quad (1)$$

Para a liga 25%A-75%B tem-se:

$$\%\alpha_{25\% A} = 0{,}20 = \frac{C_B - 0{,}75}{C_B - C_A} \quad (2)$$

Dividindo a equação (1) pela (2) obtém-se:

$$\frac{0{,}80}{0{,}20} = 4{,}0 = \frac{C_B - 0{,}30}{C_B - 0{,}75}$$

$$4(C_B - 0{,}75) = C_B - 0{,}30$$

$$4C_B - 3{,}0 = C_B - 0{,}30$$

$$3C_B = 3{,}0 - 0{,}30 = 2{,}7$$

$$C_B = \frac{2{,}7}{3} = 0{,}90 = 90\%$$

b) Para calcular o limite de solubilidade de A em α (C_A), basta substituir os valores obtidos na equação (1) acima, na temperatura indicada. Desta maneira:

$$\%\alpha_{70\% A} = 0{,}80 = \frac{C_B - 0{,}30}{C_B - C_A}$$

$$0{,}80 = \frac{0{,}90 - 0{,}30}{0{,}90 - C_A}$$

$$0{,}80.0{,}90 - 0{,}80C_A = 0{,}90 - 0{,}30$$

$$0{,}72 - 0{,}80C_A = 0{,}60$$

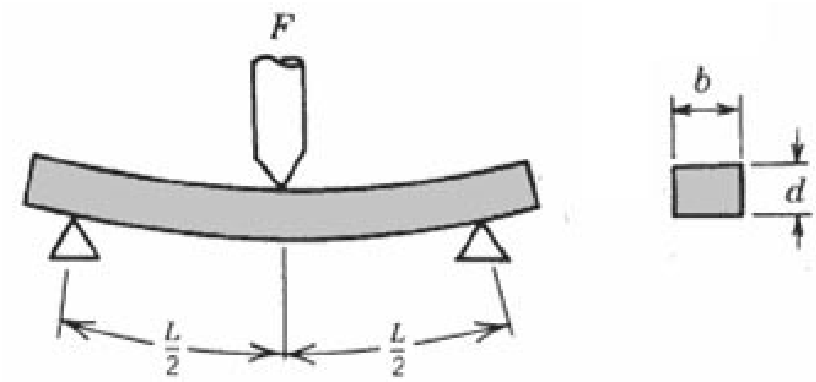
$$0{,}72 - 0{,}60 = 0{,}80C_A$$

$$C_A = \frac{0{,}72 - 0{,}60}{0{,}80} = \frac{0{,}12}{0{,}80} = 0{,}15 = 15\%$$

6) É preciso selecionar uma barra de material cerâmico, dentre os três indicados na tabela abaixo. Esta barra será solicitada por uma força de 480 N, similar a um ensaio de dobramento em três pontos, conforme esquema apresentado abaixo. A barra tem secção retangular, com b=3 cm e d=2 cm, e a distância entre os dois apoios (L) é de 10 cm. O momento de inércia da secção transversal da barra é de 2.10^{-8} m^4.

Cerâmicas	Módulo de Young (Pa)	Tensão para fratura (Pa)
Si_3N_4 (nitreto de silício)	$3{,}0.10^{11}$	520
ZrO_2 (zircônia)	$2{,}0.10^{11}$	880
Al_2O_3 (alumina)	$4{,}0.10^{11}$	485

Esquema do ensaio de flexão em 3 pontos:



Pede-se:

a) Para uma força aplicada de 480N no centro da barra, calcular a deflexão (Δy) para os três materiais. O Δy é calculado pela equação:

$$\Delta y = \frac{FL^3}{48\ EI}$$

em que:
F = força aplicada;
L = distância entre dois apoios;
E = módulo de Young (módulo de elasticidade);
I = momento de inércia da secção transversal da barra.

b) Qual dos três materiais é o mais indicado para uma aplicação com maior segurança em relação à fratura quando a carga máxima é de 480N? Justificar. Supor que todos os materiais não possuem defeitos internos de nenhuma espécie.

RESPOSTA:

a) Cálculo da deflexão:

$$para \quad o \quad nitreto \quad de \quad silício:$$

$$\Delta y_{Si_3N_4} = \frac{FL^3}{48EI} = \frac{480.0,1.0,1.0,1}{48.3,0.10^{11}.2.10^{-8}} = 1,667.10^{-6}\,m = 1,667.10^{-3}\,mm$$

$$para \quad a \quad zircônia:$$

$$\Delta y_{ZrO_2} = \frac{FL^3}{48EI} = \frac{480.0,1.0,1.0,1}{48.2,0.10^{11}.2.10^{-8}} = 2,50.10^{-6}\,m = 2,50.10^{-3}\,mm$$

$$para \quad a \quad \text{alumina}:$$

$$\Delta y_{Al_2O_3} = \frac{FL^3}{48EI} = \frac{480.0,1.0,1.0,1}{48.4,0.10^{11}.2.10^{-8}} = 1,25.10^{-6}\,m = 1,25.10^{-3}\,mm$$

b) Para a força de 480N o material com maior segurança com relação à fratura é a barra de zircônia, porque possui maior tensão de fratura e uma maior deflexão.

7) A diversidade de substâncias que se observa na natureza pode ser caracterizada pelos diferentes aspectos apresentados pelas ligações químicas que os compostos apresentam no interior de suas estruturas, bem como pela interação que os compostos apresentam entre si. Considere as seguintes substâncias: tetracloreto de carbono (CCl_4); iodo (I_2); cloreto de césio (CsCl); dióxido de carbono (CO_2). Em condições ambientes de temperatura e pressão, tem-se:

Substância	**Estado Físico**
Tetracloreto de carbono	líquido
Iodo	sólido
Cloreto de césio	sólido
Dióxido de carbono	gasoso

Para cada substância:

a) Identificar qual o tipo de ligação existente na sua formação, caracterizando tal ligação química.

b) Justificar o estado físico apresentado, analisando as interações que ocorrem entre as unidades dos compostos.

Dados:

$C = 1s^2 2s^2 2p^2$

$O = 1s^2 2s^2 2p^4$

$I = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^5$

$Cs = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^1$

$Cl = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$

RESPOSTA:

a)

No **tetracloreto de carbono**, tem-se a ligação entre o carbono e o cloro, dois não-metais. As quatro ligações entre carbono e cloro são de igual comprimento e energia de ligação. Como o carbono apresenta apenas 2 elétrons livres no subnível p, a ligação se deve à hibridização no átomo de carbono que forma quatro orbitais moleculares σsp^3. Assim, a ligação é do tipo covalente onde há compartilhamento de elétrons entre o carbono hibridizado e o cloro, que apresenta 7 elétrons no último nível energético, ficando ambos com 8 elétrons no último nível energético, seguindo a regra do octeto.

No **iodo**, observa-se que, na sua distribuição eletrônica atômica, há 7 elétrons no último nível energético. O iodo é um não metal. Para que a substância I_2 fique estável, a ligação é do tipo covalente em que há compartilhamento de elétrons entre os dois átomos de iodo. Ambos ficam com 8 elétrons no último nível energético, seguindo também a regra do octeto.

No **cloreto de césio**, tem-se a ligação entre um metal – césio - e um não metal – cloro. O césio apresenta 1 elétron em seu último nível de energia ($6s^1$) e o cloro apresenta 7 elétrons em seu último nível energético ($5s^25p^5$). A ligação formada entre esses átomos é do tipo iônica, em que o césio doa o seu elétron 6s para o cloro que completa o seu último nível energético - 5 - com 8 elétrons. O césio apresenta baixa energia de ionização para o seu elétron 6s que ocupa um grande volume no espaço e o cloro apresenta alta afinidade eletrônica para receber o elétron do cloro.

O **dióxido de carbono** apresenta a ligação entre dois não metais – carbono e oxigênio. Ter-se-á, neste caso, a formação de um orbital híbrido σsp, ou seja uma molécula linear, envolvendo uma dupla ligação entre carbono e oxigênio. A regra do octeto, mais uma vez é seguida.

b)

Tetracloreto de carbono: estado físico – líquido. Embora seja uma molécula com momento dipolar nulo, formam-se ligações do tipo dipolo instantâneo-dipolo induzido (forças de van der Waals) associado ao fato de a molécula ser grande, o que mantém a substância no estado líquido.

Iodo: estado físico – sólido. À semelhança do tetracloreto de carbono, formam-se ligações de van der Waals do tipo dipolo instantâneo-dipolo induzido e pelo fato de a molécula ser bem maior, o composto apresenta-se no estado sólido.

Cloreto de césio: estado físico – sólido. Por ser um composto com ligações iônicas, forma-se um retículo cristalino onde forças de caráter eletrostático predominam entre as espécies formadas – cátions e ânions – mantendo o composto no estado sólido.

Dióxido de carbono: estado físico – gasoso. É uma molécula pequena com ligações covalentes e momento dipolar nulo. Assim, o estado físico é o gasoso.

8) Dispõem-se dos seguintes materiais:

I) soluções aquosas de sulfato de cádmio e cobre;
II) parafusos e chapas de ferro, níquel;
III) barras metálicas de cádmio e cobre.

São conhecidos os potenciais de eletrodo padrão como mostrados a seguir:

$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ $E^o = +0,347V$
$Fe^{2+} + 2e \rightarrow Fe$ $E^o = -0,440V$
$Cd^{2+} + 2e \rightarrow Cd$ $E^o = -0,400V$
$Ni^{2+} + 2e \rightarrow Ni$ $E^o = +0,250V$

em que E^o indica o potencial de eletrodo padrão da substância nas condições padrão. A equação de Nernst que corrige o potencial padrão para as condições fora do padrão e para a temperatura de 25ºC é:

Equação de Nernst:

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}}$$

em que E é o potencial de equilíbrio fora das condições padrão; E^0 é o potencial de equilíbrio nas condições padrão; z é o número de moles de elétrons no sistema considerado; $a_{oxidada}$ representa as atividades das formas oxidadas do sistema; $a_{reduzida}$ representa as atividades das formas reduzidas do sistema; log representa o logaritmo decimal. Analise as seguintes situações, justificando as afirmações que fizer.

SITUAÇÃO I: deseja-se construir uma pilha entre cádmio e cobre com solução de seus sulfatos. A concentração das soluções disponíveis é igual a 0,1M e a temperatura do sistema deve ser 25ºC.

a) identificar o ânodo e o cátodo da pilha assim formada e a sua força eletromotriz.

b) deseja-se dobrar a força eletromotriz da pilha assim formada. Verifique a viabilidade de tal operação.

SITUAÇÃO II: tem-se que fazer um reparo numa estrutura, e as possibilidades são empregar chapas de ferro com parafusos de níquel ou chapas de níquel com parafusos de ferro. O sistema está em ambiente úmido e a 25ºC. Qual das duas possibilidades é mais segura? Justificar.

RESPOSTA:

SITUAÇÃO I:

a) As reações possíveis são:

$Cd^{2+} + 2e \rightarrow Cd$ $E^o = -0,400V$
$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ $E^o = +0,347V$

Corrigindo-se o potencial de equilíbrio para as novas condições:

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}}$$

Para o cádmio:
Com E^o = -0,400V; $a_{oxidada} = [Cd^{2+}] = 0,1$; $a_{reduzida} = [Cd] = 1$
Tem-se E = -0,42955V

Para o cobre:
Com E^o = +0,347V; $a_{oxidada} = [Cu^{2+}] = 0,1$; $a_{reduzida} = [Cu] = 1$
Tem-se E = +0,31745V

Como E(Cd)<E(Cu), cádmio **será o anodo da pilha e cobre será o catodo da pilha**. Sendo:

FEM = E(catodo)-E(anodo) = E(Cu)-(Cd) = 0,31745V – (-0,42955V) = +0,7470V
FEM = +0,747V

b) Para se dobrar a força eletromotriz da pilha tem-se que:

FEM(nova) = 2FEM = 2*0,747V = 1,494V
Como FEM = E(catodo) – E(anodo):

$$1,494 = 0,347 + \frac{0,0591}{2}\log a_{Cu2+} + 0,400 - \frac{0,0591}{2}\log a_{Cd2+}$$

Da equação tira-se a relação:

$$\frac{a_{Cu2+}}{a_{Cd2+}} = 10^{25,28}$$

O que torna inviável a situação de se desejar dobrar a FEM dessa pilha.

SITUAÇÃO II:

Nesta situação tem-se um contato entre ferro e níquel (dois metais com diferentes potenciais de equilíbrio) num ambiente que apresenta umidade (a presença de um eletrólito). Tem-se, desta forma, no contato entre os dois metais a corrosão galvânica. Observando-se os potenciais de equilíbrio desses dois metais:

$Fe^{2+} + 2e \rightarrow Fe$ E^o = -0,440V

$Ni^{2+} + 2e \rightarrow Ni$ E^o = +0,250V

Verifica-se que o níquel será o cátodo e o ferro o ânodo da pilha formada pelo contato dos dois metais. Para minimizar problemas de corrosão, nesta situação, o indicado é que a área anódica seja muito maior que a área catódica de forma a se ter uma densidade de corrente anódica muito baixa se comparada com a densidade de corrente catódica. Portanto, a melhor escolha seria:

*parafusos de níquel,

*chapas de ferro.

9) Na combustão de uma mistura gasosa de hidrocarbonetos (**contém apenas carbono e hidrogênio**), a análise dos fumos revelou a seguinte composição volumétrica: CO_2 – 10,4%; O_2 – 4,6%; CO – 0,6%; N_2 – 84,4%. Determinar:

a) A porcentagem de ar em excesso empregada na combustão.

b) O poder calorífico superior (PCS) e o poder calorífico inferior (PCI) para a combustão COMPLETA de 1kg dessa mistura gasosa.

Dados:

Composição do ar atmosférico: 21%O_2 e 79%N_2 (porcentagem molar ou volumétrica).

Massa atômicas: C=12; H=1; O=16; N=14.

Reações termoquímicas de combustão:

$C + O_2 \rightarrow CO_2$ ΔH=-96,7kcal/mol;

$C + 1/2\ O_2 \rightarrow CO$ ΔH=-67,6kcal/mol;

$H_2 + ½\ O_2 \rightarrow H_2O$ ΔH=-68,3kcal/mol (água no estado líquido);

$H_2 + ½\ O_2 \rightarrow H_2O$ ΔH=-57,8kcal/mol (água no estado de vapor);

PC(I ou S) = $-\ \Sigma n_i \Delta H_i$

PCI = poder calorífico inferior;

PCS = poder calorífico superior,

n_i = número de moles da substância *i*,

ΔH_i = entalpia de combustão da substância *i*.

Equação dos gases ideais: pV=nRT (p=pressão; V=volume; n=número de moles; R=0,082 atm.L/mol.K; T=temperatura)

RESPOSTA:

a) Como a composição volumétrica e a molar são iguais, adota-se como base de cálculo 100 mols de fumos secos. Assim, tem-se:

CO_2 = 10,4mols
O_2 = 4,6mols
CO = 0,6mols
N_2 = 84,4mols

Das reações de combustão, tem-se:

$C \quad + \quad O_2 \rightarrow \quad CO_2$

1mol...........1mol.........1mol

n(C).............n(O_2).........10,4mols

Logo n(C) = 10,4mols e n(O_2) = 10,4mols

$C \quad + \quad 1/2\ O_2 \rightarrow \quad CO$

1mol................1/2mol...............1mol

n(C)...................n(O2)................0,6mols

Logo n(C) = 0,6mols e n(O_2) = 0,3mols

Da definição de ar em excesso, deve-se considerar que a combustão é completa. Portanto, para se fazer a combustão de todo o carbono da mistura gasosa, deve-se considerar que todo ele foi levado a CO_2 e assim, necessita-se de 10,4+0,6 = 11,0mols de oxigênio para levar todo o carbono a CO_2.

Entretanto, por se tratar de um hidrocarboneto, há hidrogênio no combustível que produz água. Desta forma, a quantidade de oxigênio teórica necessária será a quantidade necessária para a combustão do carbono (11,0mols) e a quantidade para a combustão do hidrogênio (n(H_2)). Tal quantidade é obtida considerando-se a diferença entre o oxigênio real (obtido a partir do teor de nitrogênio nos fumos) e o oxigênio encontrado (oxigênio para produzir o CO_2 + oxigênio para produzir CO + oxigênio encontrado nos fumos).

Oxigênio real = n(N_2 os fumos) *(21/79) = 84,4*(21/79) = 22,4mols

Oxigênio encontrado = 10,4 + 0,3 + 4,6 = 15,3mols

Oxigênio para a combustão do hidrogênio = 22,4 – 15,3 = 7,1mols

Assim:

$H_2 \quad + \quad ½\ O_2 \rightarrow \quad H_2O$

1mol............0,5mols.........1mol

n(H_2)............7,1mols........n(H_2O)

n(H_2) = 14,2mols e n(H_2O) = 14,2mols

Quantidade de oxigênio teórico empregado = 11,0 + 7,1 = 18,1mols.

n(O_2 real) = n(O_2 teórico) + n(O_2 excesso)

n(O_2 excesso) = n(O_2 real) - n(O_2 teórico) = 22,4 – 18,1 = 4,3mols

% (O_2 excesso) = [n(O_2 excesso)/ n(O_2 teórico)]*100= (4,3/18,1)*100 = 23,8%

A porcentagem de ar em excesso é a mesma da porcentagem de oxigênio em excesso e, assim: ar usado em excesso: 23,8%.

b) Para se determinar o PCS e o PCI, necessita-se a composição elementar do combustível.

Do item anterior tem-se:

Carbono presente: 11,0mols

Hidrogênio presente: 14,2mols

Massa de carbono: 11,0 * 12 = 132g

Massa de hidrogênio: 14,2 * 2 = 28,4g

Massa total: 132 + 28,4 = 160,4g

% em massa de carbono = (132/160,4)*100 = 82,3%

% em massa de hidrogênio = 100 – 82,3 = 17,7%

Para 1kg de mistura gasosa tem-se:

Carbono: 823g => 832/12 = 68,9mols/kg de carbono

Hidrogênio: 177g =>177/2 = 88,5mols/kg de hidrogênio (H_2)

Das reações termoquímicas:

Para carbono:

$C + O_2 \rightarrow CO_2$ ΔH=-96,7kcal/mol;

Para hidrogênio produzindo água na forma líquida (para o cálculo do PCS):

$H_2 + ½\ O_2 \rightarrow H_2O$ ΔH=-68,3kcal/mol (água no estado líquido);

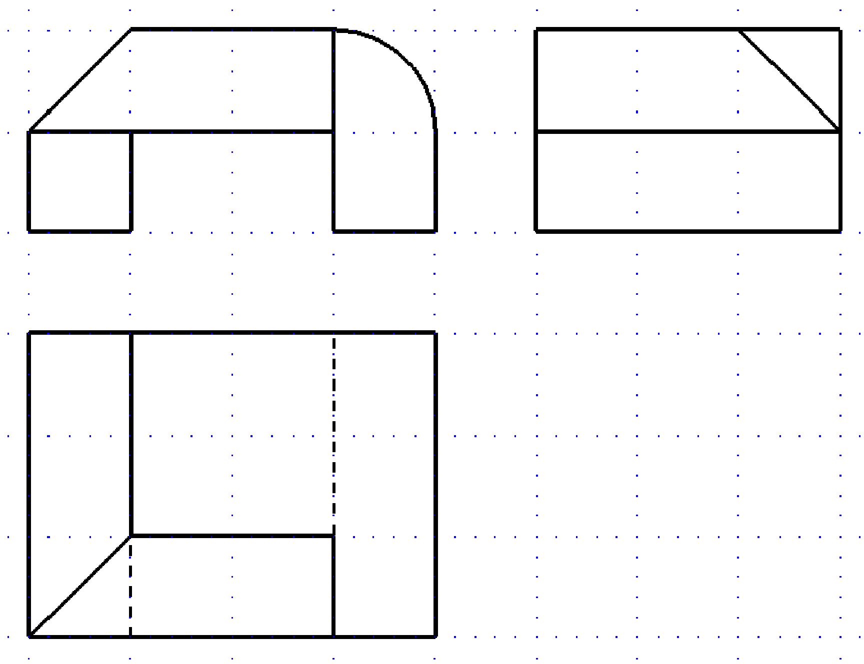
PCS = -[n(C)*(-96,7) + n(H_2 livre)*(-68,3)] = -[68,9*(-96,7) + 88,5*(-68,3)] = 12.707kcal/kg

PCS = 12.707 kcal/kg de mistura gasosa

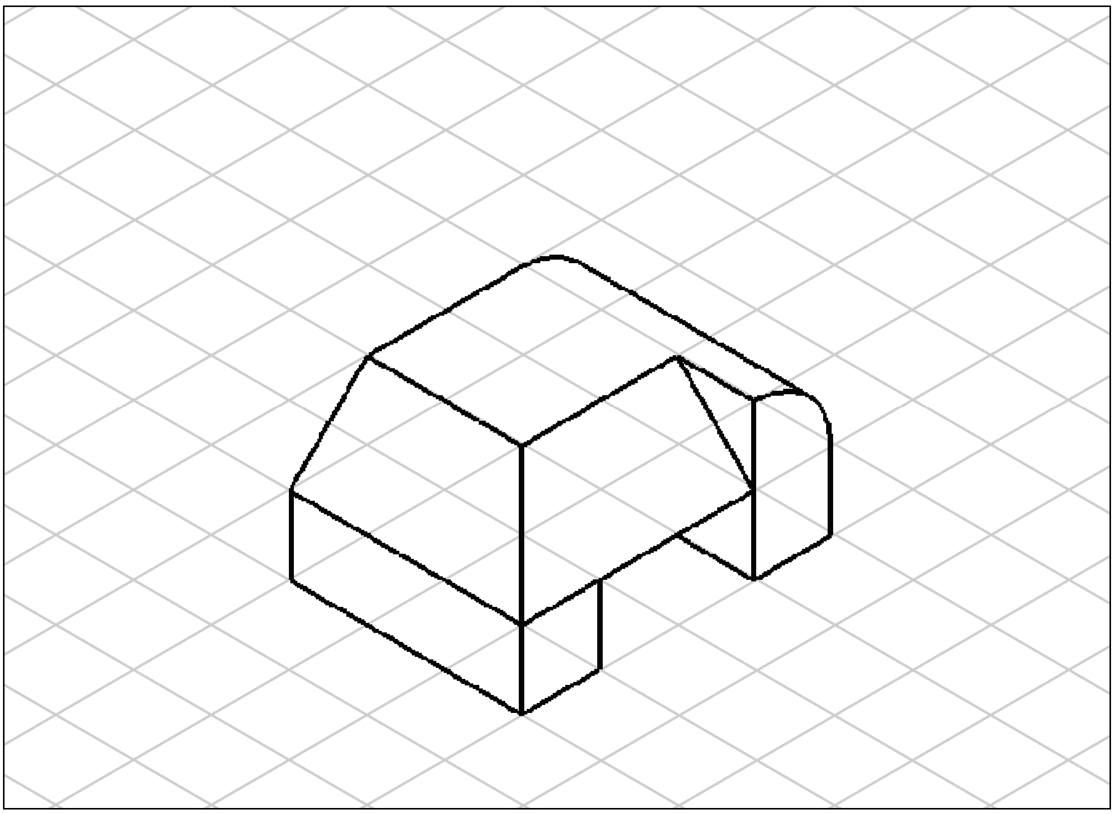
PCI = PCS – n(H_2O total)*λ
PCS = 12707kcal/kg
n(H_2O total) = 88,5mols/kg
λ = (-57,8) - (-68,3) = 10,5kcal/mol

PCI = 11.778 kcal/kg de mistura gasosa

10) Desenhar a perspectiva ISOMÉTRICA da peça dada abaixo por suas vistas representadas no primeiro diedro. Posicionar a peça na grade isométrica, mostrando suas faces superior, frontal e lateral esquerda.
Desenhar a perspectiva em escala natural, adotando uma unidade da grade pontilhada (vistas) igual a uma unidade na grade isométrica. Não é necessário desenhar as linhas ocultas nem cotar a perspectiva.

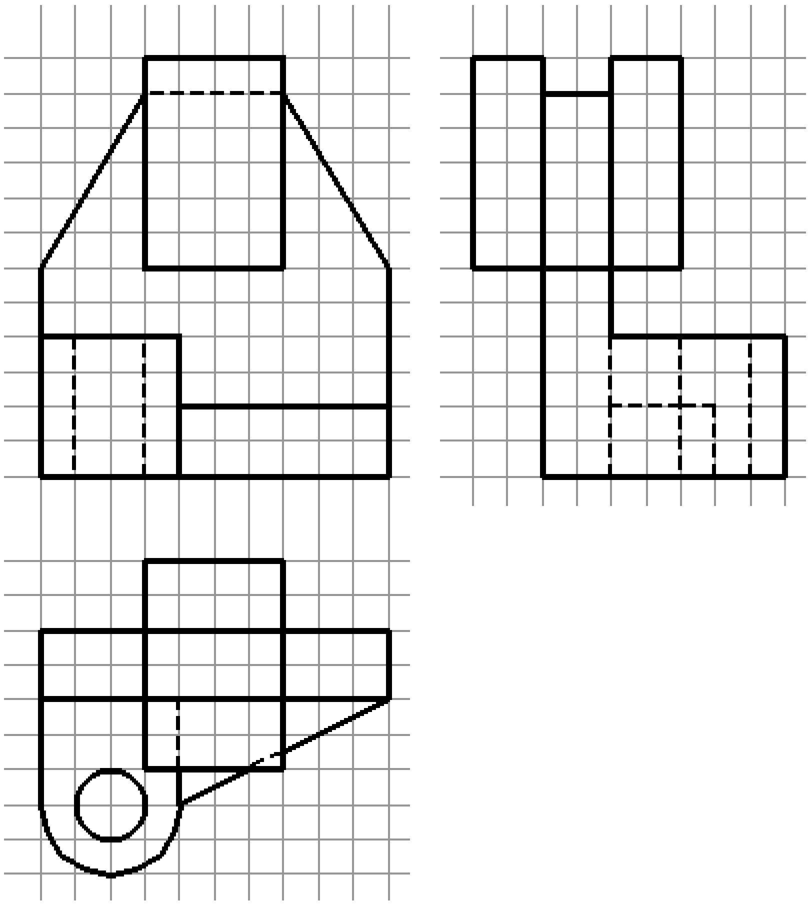


RESPOSTA:



11) Dadas as vistas frontal e superior de uma peça, representada abaixo no primeiro diedro, desenhar (na posição correta) sua vista lateral esquerda:

<u>RESPOSTA:</u>

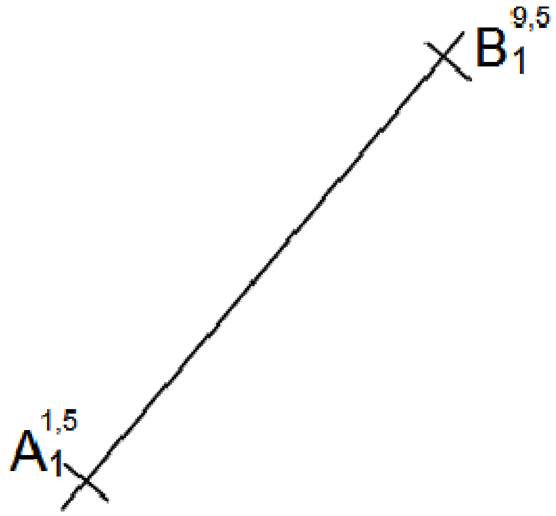


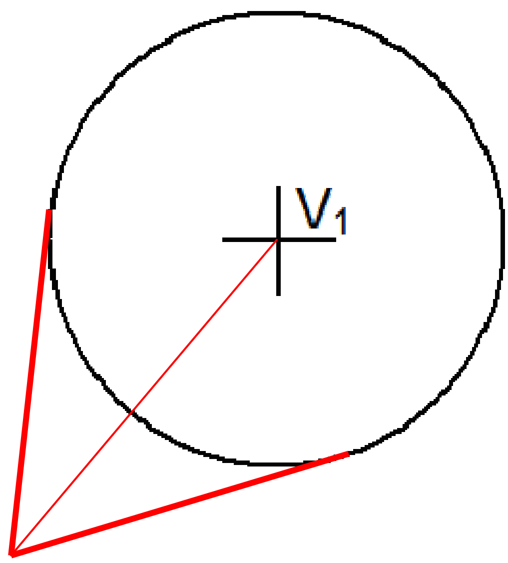
12) A figura abaixo representa as projeções cotadas de um cone de vértice V, apoiado sobre o solo (plano horizontal na cota zero), e de uma reta AB que indica a direção da luz solar num certo instante. A altura do cone é o dobro do diâmetro de sua base.

a) Determine a altura do cone, em metros.
b) Determine o intervalo (i) da reta AB.
c) Desenhe o contorno da sombra que o cone projeta no solo naquele instante.

Justifique claramente sua solução. Não apague nenhum cálculo ou construção.

Unidade: metro   Escala: 1:50





RESPOSTA:

Realizar o desenho na folha anterior e apresentar os cálculos abaixo.

a) Diâmetro da base medido na folha = 6 cm

Em escala: 6 cm x 50 = 300 cm = 3 m

ALTURA DO CONE = 2 x 3 m = 6 metros

b) Dist. Vertical AB = 9,5m – 1,5m = 8,0m

Dist. Horizontal AB = 7,3cm x 50 = 3,65m

Intervalo: i = DH/DV = 3,65/8,0 = 0,456 metros

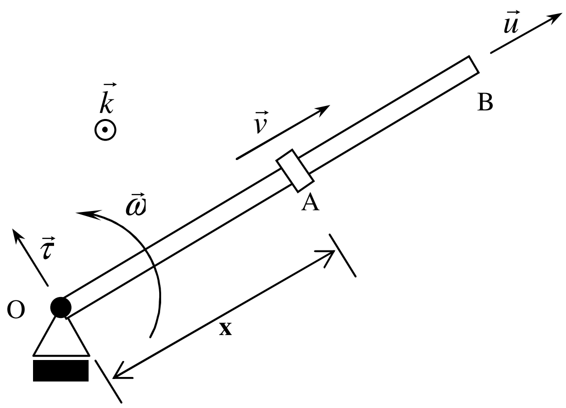
c) Comprimento da "sombra" = 6 intervalos = 6 x 0,456 = 2,737 m

Em escala = 274cm / 50 = 5,48 cm

13) O anel A move-se sobre a barra OB com velocidade relativa à barra de módulo v constante. A barra OB gira ao redor de um eixo de direção normal ao plano da figura e que passa por O com velocidade angular constante ω. Considerando a barra como referencial móvel, determine para a posição indicada:

a) A velocidade relativa, a velocidade de arrastamento e a velocidade absoluta de A, usando os versores $\vec{u}, \vec{\tau}, \vec{k}$;

b) A aceleração relativa, a aceleração de arrastamento, a aceleração complementar (Coriolis) e a aceleração absoluta de A, usando os versores $\vec{u}, \vec{\tau}, \vec{k}$.



RESPOSTA:

a) Considerando a barra como o referencial móvel:

velocidade relativa: $\vec{v}_r = v\vec{u}$;

velocidade de arrastamento: $\vec{v}_a = \omega x \vec{\tau}$;

velocidade absoluta: $\vec{v}_{abs} = \vec{v}_r + \vec{v}_a = v\vec{u} + \omega x \vec{\tau}$.

b)

aceleração relativa: $\vec{a}_r = \vec{0}$;

aceleração de arrastamento: $\vec{a}_a = -\omega^2 x \vec{u}$;

aceleração complementar: $\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r = 2\omega\vec{k} \wedge v\vec{u} = 2\omega v \vec{\tau}$;

aceleração absoluta: $\vec{a}_{abs} = \vec{a}_r + \vec{a}_a + \vec{a}_c = -\omega^2 x\vec{u} + 2\omega v \vec{\tau}$.

14) Um avião corre para decolagem no eixo da pista de um campo de aviação. Sabe-se que a aceleração de Coriolis do avião (ou aceleração complementar), devida ao movimento da Terra, é nula. Qual a posição do campo na superfície da Terra e qual a direção da pista? Justificar.

RESPOSTA:

A aceleração de Coriolis é dada por:

$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r$$

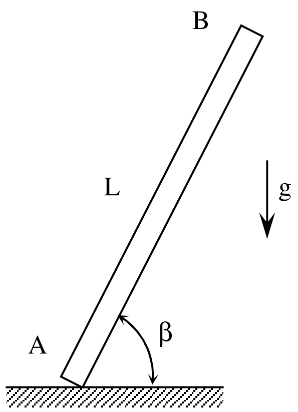
$$\vec{\omega} \neq \vec{0}, \vec{v}_r \neq \vec{0}, \vec{a}_{cor} = \vec{0} \therefore \vec{\omega} // \vec{v}_r$$

No problema tem-se:

- A linha do equador é o único lugar em que se pode construir vetores tangentes à esfera terrestre e paralelos ao vetor de rotação da Terra.
- Portanto a posição do campo de pouso é no equador e a direção é segundo um meridiano.

15) A barra uniforme AB, de massa m e comprimento L, é liberada do repouso quando β=60^0. Supondo que o atrito entre a extremidade A e a superfície é suficientemente grande para impedir o escorregamento, determine a aceleração angular da barra logo após ser liberada.

Dado o momento de inércia da barra com relação a um eixo de direção normal ao plano da figura e que passa por pelo seu baricentro G: $J_G = \dfrac{mL^2}{12}$.



RESPOSTA:

Usando o Teorema da Energia Cinética:

$$\frac{1}{2}mv_G^2 + \tfrac{1}{2}J_G w^2 = \frac{L}{2}mg.\text{sen}\,60^0 - \frac{L}{2}mg.\text{sen}\,\beta$$

$$\omega^2 = \frac{3\left(\text{sen}\,60^0 - \text{sen}\,\beta\right)g}{L}$$

$$\omega^2 = \left(\dot{\beta}\right)^2$$

Derivando a expressão da velocidade com relação ao tempo:

$$2\dot{\beta}\ddot{\beta} = -\frac{3g}{L}\cos\beta.\dot{\beta}$$

$$\ddot{\beta} = -\frac{3g}{2L}\cos\beta$$

Para o instante inicial β=60^0, portanto:

$$\ddot{\beta} = -\frac{3g}{4L}$$