



**EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2009  
(SEGUNDA FASE)**

**EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL  
SUPERIOR 2009**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA**

**19/10/2008**

Nome Completo: \_\_\_\_\_

Documento de Identidade: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**INSTRUÇÕES:**

1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DA SALA.**
2. A prova tem **34 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a resolução da questão. As páginas **32, 33 e 34** são para RASCUNHO e não serão consideradas na correção. *[Não vale para este gabarito, que tem 23 páginas]*
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretas na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA.** O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR NA DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!!***).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação da questão.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h 30min**.
10. Não é permitido fumar na sala.

**Gabarito**

1) Seja  $\Sigma = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  um sistema de coordenadas ortogonal em  $E^3$ , onde  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$  é uma base ortonormal positiva de  $V^3$ .

Considere os pontos:  $A = (1,1,2)_{\Sigma}$ ,  $B = (0,1,2)_{\Sigma}$ ,  $C = (1,1,0)_{\Sigma}$  e  $D = (0,1,0)_{\Sigma}$ .

- Mostre que os pontos  $A, B, C$  e  $D$  são vértices de um retângulo;
- Calcule a área do retângulo  $ABCD$ ;
- Calcule o volume da pirâmide  $OABCD$ ;
- Ache uma equação geral para o plano  $\pi$ , que é determinado pelos pontos  $A, B, C$  e  $D$ ;
- Seja  $\pi_1$  um plano paralelo ao plano  $\pi$ , e suponha que uma fonte de luz situada na origem  $O$  projeta sobre  $\pi_1$  a sombra do anteparo  $ABCD$ . Ache as sombras  $A', B', C'$  e  $D'$  dos vértices  $A, B, C$  e  $D$ , respectivamente.

### **RESPOSTA:**

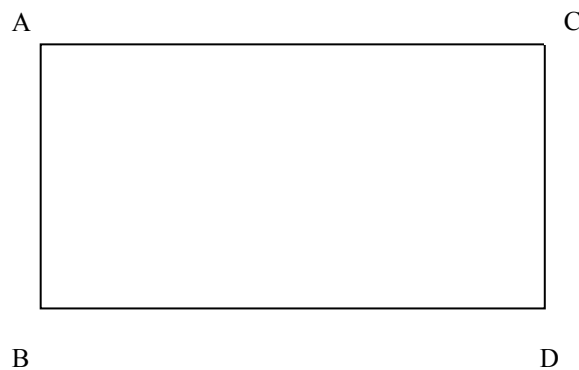
a) Dos pontos dados obtemos os vetores:

$$\vec{AB} = (-1, 0, 0), \vec{AC} = (0, 0, -2), \vec{AD} = (-1, 0, -2), \vec{BC} = (1, 0, -2), \vec{BD} = (0, 0, -2) \text{ e } \vec{CD} = (-1, 0, 0),$$

donde observamos que  $\vec{AB} = \vec{CD}$ , assim como  $\vec{AC} = \vec{BD}$ .

Uma equação vetorial da reta determinada por  $A$  e  $B$  é  $X = (1, 1, 2) + \lambda(-1, 0, 0)$ ,  $\lambda \in \mathfrak{R}$ . Se o ponto  $C$  pertencesse à essa reta teríamos  $2 = 0$ , o que é uma contradição. Portanto os quatro pontos formam um paralelogramo.

Calculando o produto escalar:  $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$ , concluímos que esses vetores são ortogonais e assim os pontos dados são vértices de um retângulo.



b) A área do retângulo é igual a  $\|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\| = 2$ .

c) O volume da pirâmide  $OABCD$  é calculado através produto misto dos vetores pela expressão:

$$(1/3) \|\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}\| = \frac{1}{3} \left| \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right| = \frac{2}{3}.$$

- d) Os vetores  $\vec{AB}$  e  $\vec{AC}$  são diretores do plano procurado e o ponto  $A$  está nesse plano. Então uma equação do plano  $\pi$  determinado pelos pontos dados é dada por:

$$\det \begin{bmatrix} x-1 & y-1 & z-2 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0, \text{ então } 2(y-1)=0,$$

ou seja,  $\pi: y=1$ .

- e) Como  $\pi_1$  é paralelo a  $\pi$ , uma equação geral de  $\pi_1$  é  $y=k$ , para algum  $k \in \mathfrak{R}$ . A sombra do ponto  $A$  em  $\pi_1$  é obtida pela interseção da reta determinada por  $O$  e  $A$ , que tem como uma equação vetorial:

$$X=(0,0,0)+\lambda(1,1,2), \lambda \in \mathfrak{R}, \text{ com o plano } \pi_1.$$

Então temos  $A'=(k, k, 2k)_\Sigma$ .

Da mesma forma obtemos as sombras  $B'=(0, k, 2k)_\Sigma$ ,  $C'=(k, k, 0)_\Sigma$  e  $D'=(0, k, 0)_\Sigma$ .

- 2) Seja  $B = \{ (1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1) \}$  base de  $\mathbb{R}^4$ . Considere a transformação linear  $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  cuja matriz em relação à base  $B$  é:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

- a) Determine uma base do núcleo (kernel) de  $T$  e calcule a dimensão da imagem de  $T$  (*Justifique esse cálculo*);
- b) Mostre que  $0$  é autovalor de  $T$  e que  $v = (1,2,3,4)$  é autovetor de  $T$ ;
- c) Ache todos os autovetores de  $T$ ;
- d) Prove que a transformação  $T$  é diagonalizável e exiba uma matriz de  $T$  na forma diagonal.

### **RESPOSTA:**

- a) Observamos que a matriz  $A$  tem somente uma coluna linearmente independente; isso nos diz que a dimensão da imagem de  $T$  é 1.

Pelo Teorema do Núcleo e da Imagem de uma transformação linear temos:

$$\dim \ker(\mathbf{T}) + \dim \text{Im}(\mathbf{T}) = \dim \mathbb{R}^4 = 4.$$

Então a dimensão do núcleo de  $T$  é:  $\dim \ker(\mathbf{T}) = 3$ .

Seja  $(x,y,z,w) \in \ker(\mathbf{T})$ , então 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
 e, assim,  $x+y+z+w=0$ .

Temos  $x=-y-z-w$ . Assim  $\ker(\mathbf{T}) = \{(-y-z-w, y, z, w) / y, z, w \in \mathbb{P}\}$ .

Desde que  $\dim \ker(\mathbf{T})=3$ , uma base de  $\ker(\mathbf{T})$  é:

$$\{(-1,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)\},$$

já que esses três vetores são linearmente independentes, pois se  $\alpha(-1,1,0,0) + \beta(-1,0,1,0) + \gamma(-1,0,0,1) = (0,0,0,0)$ , então  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ .

- b) No item (a) determinamos o kernel de  $T$ . Sabemos que os vetores não nulos desse subespaço são autovetores de  $T$  associados ao autovalor  $0$ .

Para verificarmos que  $v = (1,2,3,4)$  é autovetor de  $T$  vamos calcular:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{bmatrix} = 10 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix},$$

donde vemos que  $(1,2,3,4)$  é autovetor de  $T$  associado ao autovalor  $10$ .

c) No item (a) vimos que 0 é autovalor de  $\mathbf{T}$  com multiplicidade geométrica 3 e que o autoespaço associado ao 0 é  $V(0) = \ker(\mathbf{T})$ .

Como a dimensão de  $\mathfrak{R}^4$  é 4 e no item (b) verificamos que  $(1,2,3,4)$  é autovetor de  $\mathbf{T}$  associado ao autovalor 10, concluímos que o autoespaço associado a 10 deve ter dimensão igual a 1 e, portanto,

$$V(10) = \{\alpha(1,2,3,4) \mid \alpha \in \mathfrak{R}\},$$

já que sabemos que autovetores associados a autovalores diferentes são linearmente independentes.

d) Do item anterior temos que uma base de  $\mathfrak{R}^4$  formada por autovetores de  $\mathbf{T}$  é:

$X = \{(-1,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1), (1,2,3,4)\}$  e, portanto,  $\mathbf{T}$  é diagonalizável, e

a matriz de  $\mathbf{T}$  em relação à base  $X$  é:  $[\mathbf{T}]_X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ .

3) Considere em  $\mathfrak{R}^3$  o produto interno usual,  $\langle(x,y,z),(a,b,c)\rangle=ax+by+cz$ , para todos  $(x,y,z), (a,b,c)$  em  $\mathfrak{R}^3$ . Dado o vetor  $u = (2,3,6)$ , seja  $\mathbf{P}$  a projeção ortogonal na direção de  $u$ ,  $\mathbf{P}: \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ , definida por  $\mathbf{P}(w)=\text{proj}_u(w)$ . Seja  $\mathbf{R}$  a reflexão  $\mathbf{R}: \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ , definida por  $\mathbf{R} = \mathbf{I}-2\mathbf{P}$ , onde  $\mathbf{I}$  é o operador identidade de  $\mathfrak{R}^3$ .

a) Calcule  $\mathbf{P}(x,y,z)$  e  $\mathbf{R}(x,y,z)$ ;

b) Exiba a matriz da reflexão  $\mathbf{R} = \mathbf{I}-2\mathbf{P}$  em relação à base

$$B = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\} \text{ de } \mathfrak{R}^3;$$

c) Descreva geometricamente o operador reflexão  $\mathbf{R} = \mathbf{I}-2\mathbf{P}$ ;

d) Determine o vetor que se obtém a partir de  $v = (1,1,1)$  por reflexão em torno do plano perpendicular a  $u$ .

### **RESPOSTA:**

a) A projeção ortogonal na direção de  $u$  é:  $\mathbf{P}(w)=\frac{\langle u,w \rangle}{\|u\|^2}u$ ,

então

$$\mathbf{P}(x,y,z) = \frac{2x+3y+6z}{49}(2,3,6) = \left( \frac{4x+6y+12z}{49}, \frac{6x+9y+18z}{49}, \frac{12x+18y+36z}{49} \right).$$

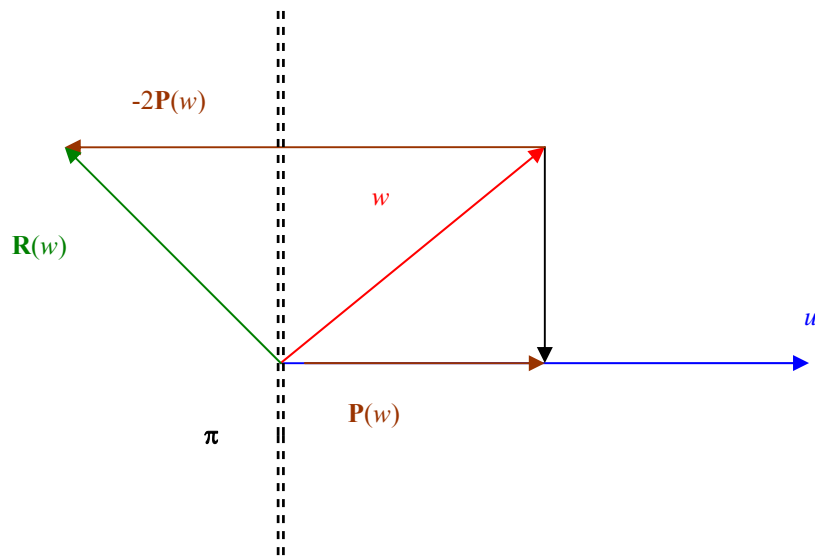
$$\begin{aligned} \mathbf{R}(x,y,z) = \mathbf{I}(x,y,z) - 2\mathbf{P}(x,y,z) &= (x,y,z) - \left( \frac{8x+12y+24z}{49}, \frac{12x+18y+36z}{49}, \frac{24x+36y+72z}{49} \right) \\ &= \left( \frac{41x-12y-24z}{49}, \frac{-12x+31y-36z}{49}, \frac{-24x-36y-23z}{49} \right). \end{aligned}$$

b) A matriz da reflexão  $\mathbf{R}$  em relação à base  $B$  é:

$$[\mathbf{R}]_B = \frac{1}{49} \begin{pmatrix} 41 & -12 & -24 \\ -12 & 31 & -36 \\ -24 & -36 & -23 \end{pmatrix}.$$

c) O operador  $\mathbf{R}$  faz a reflexão do vetor  $w$  em torno do plano perpendicular a  $u$ , pois  $\mathbf{R}(w) - \mathbf{I}(w) = -2\mathbf{P}(w)$ , que é paralelo a  $u$  e, mais ainda,  $\mathbf{R}(w) = \mathbf{I}(w) - 2\mathbf{P}(w) = [\mathbf{I}(w) - \mathbf{P}(w)] + (-\mathbf{P}(w))$ , e sabemos que  $\mathbf{I}(w) - \mathbf{P}(w) = w - \mathbf{P}(w)$  é ortogonal a  $\mathbf{P}(w)$ , ou seja, ortogonal a  $u$ .  
Temos então:  $\|\mathbf{R}(w)\|^2 = \|w - 2\mathbf{P}(w)\|^2 = \|[w - \mathbf{P}(w)] + (-\mathbf{P}(w))\|^2 = \|w - \mathbf{P}(w)\|^2 + \|\mathbf{P}(w)\|^2 = \|w\|^2$ .

Veja figura:



( $\pi$  é o plano perpendicular a  $u$ )

d) O vetor procurado é  $\mathbf{R}(1,1,1)$  que pode ser calculado através do produto matricial:

$$\frac{1}{49} \begin{pmatrix} 41 & -12 & -24 \\ -12 & 31 & -36 \\ -24 & -36 & -23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{49} \begin{pmatrix} 5 \\ -17 \\ -83 \end{pmatrix}.$$

Portanto  $\mathbf{R}(1,1,1) = \frac{1}{49} (5, -17, -83)$ .

4) A magnitude e a direção da distorção de um reticulado relativo à presença de uma discordância é expressa pelo vetor de Burgers (**b**).

a) Desenhar na figura fornecida o vetor de Burgers para uma discordância em cunha em um reticulado cúbico simples. Descrever a orientação relativa do vetor de Burgers com a discordância;

b) Desenhar as direções de maior densidade atômica para as estruturas cristalinas CCC (cúbico de corpo centrado) e CFC (cúbico de face centrada);

c) O vetor de Burgers é dado pela expressão:

$$b = \frac{a}{2}[h, k, l]$$

onde:

a = comprimento da aresta da célula unitária.

[hkl] = direção cristalográfica com maior densidade atômica.

O módulo do vetor de Burgers é dado por:

$$|b| = \frac{a}{2}\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$$

Calcular o módulo do vetor de Burgers para o Fe( $\alpha$ ) e Fe( $\gamma$ ), sabendo-se que o comprimento da aresta da célula unitária é de 0,286 nm e 0,356 nm, respectivamente.

Dados:

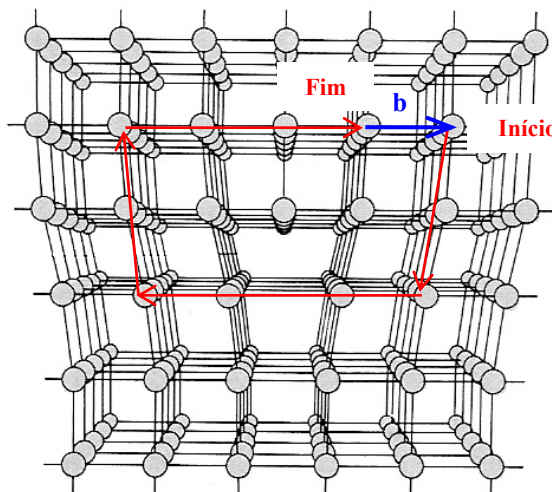
$$\sqrt{2} = 1,41$$

$$\sqrt{3} = 1,73$$

---

### RESPOSTA:

a)

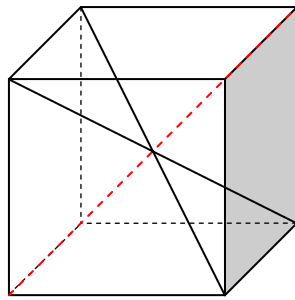


Descrição da orientação:

Para a discordância em cunha o vetor de Burgers é perpendicular à linha da discordância.

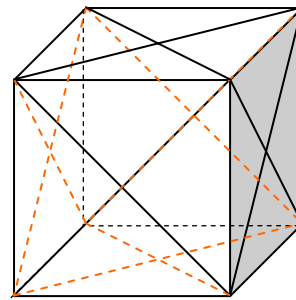


b)



CCC

diagonais do cubo  
FAMÍLIA DE DIREÇÕES  $\langle 111 \rangle$



CFC

diagonais das faces do cubo  
FAMÍLIA DE DIREÇÕES  $\langle 110 \rangle$

c) Para o Fe( $\alpha$ )

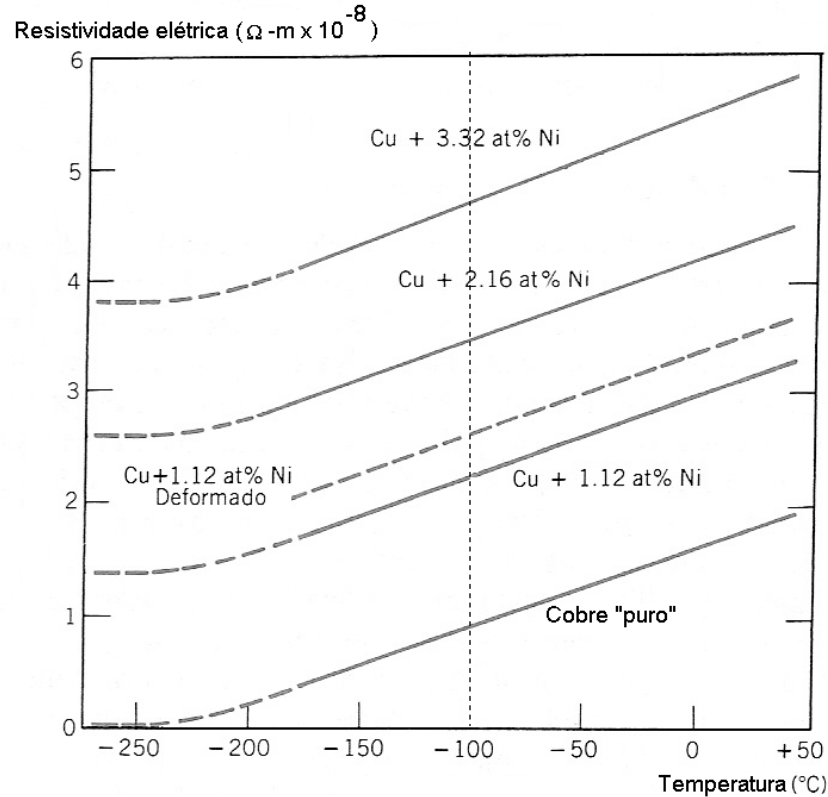
$$|b| = \frac{a}{2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = \frac{0,286}{2} \sqrt{(1^2 + 1^2 + 1^2)} = 0,143\sqrt{3} = 0,247\text{nm}$$

Para o Fe( $\gamma$ )

$$|b| = \frac{a}{2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = \frac{0,356}{2} \sqrt{(1^2 + 1^2 + 0^2)} = 0,178\sqrt{2} = 0,251\text{nm}$$

5) Resolva:

- a) Com relação à resistividade elétrica dos metais, enumerar e explicar os mecanismos que aumentam a resistividade de um metal, por exemplo, a  $-100^{\circ}\text{C}$ .



- b) A condutividade elétrica ( $\sigma$ ) para um semicondutor intrínseco pode ser dada por:

$$\sigma = n |e| \mu_e + p |e| \mu_b$$

onde:

$n$  = concentração de elétrons livres por volume.

$p$  = concentração de buracos por volume.

$|e|$  = módulo da carga do elétron =  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

$\mu_e$  = mobilidade do elétron livre.

$\mu_b$  = mobilidade do buraco.

Sabendo-se que o Ge possui:

1. condutividade elétrica de  $2 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  na temperatura ambiente,
  2. mobilidade dos elétrons livres de  $0,4 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$  e dos buracos de  $0,2 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ ,
- calcule a concentração de elétrons livre e buracos na temperatura ambiente.

- c) Um semicondutor extrínseco é aquele que possui suas características elétricas determinadas pela concentração de impurezas. Supondo que o germânio seja dopado por boro na concentração de  $2 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ , qual o tipo de semicondutor formado (tipo 'p' ou tipo 'n')? Qual a condutividade para as condições fornecidas?

Dados:

Ge = número de oxidação do germânio = 4+

B = número de oxidação do boro = 3+

Semicondutor tipo 'n'  $\rightarrow \sigma \approx n |e| \mu_e$

Semicondutor tipo 'p'  $\rightarrow \sigma \approx p |e| \mu_b$

---

**RESPOSTA:**

a) Os mecanismos de aumento da resistividade são:

Térmico = vibrações do reticulado e presença de lacunas espalham os elétrons livres, aumentando a resistividade.

Impurezas = as impurezas atuam como locais de espalhamento dos elétrons livres, aumentando a resistividade, como pode ser notado comparando-se, a  $-100^{\circ}\text{C}$ , a resistividade do cobre puro com a do cobre com 1,12 at% de Ni.

Deformação plástica = a deformação plástica aumenta a densidade de discordâncias e, conseqüentemente, os locais para espalhamento dos elétrons livres, como pode ser observado comparando-se a resistividade da liga cobre com 1,12 at% de Ni, sem deformação e com deformação plástica.

b) No semiconductor intrínseco a quantidade de elétrons livres e de buracos são iguais, assim a equação para calcular a concentração de elétrons livres e de buracos torna-se:

$$\sigma = n |e| (\mu_e + \mu_b)$$

$$n = p = \frac{\sigma}{|e|(\mu_e + \mu_b)} = \frac{2}{1,6 \times 10^{-19} (0,4 + 0,2)} \cong 2,08 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

c) Como o número de oxidação do boro é menor que do Ge, tem-se excesso de carga positiva e, conseqüentemente, forma-se um semiconductor tipo 'p'.

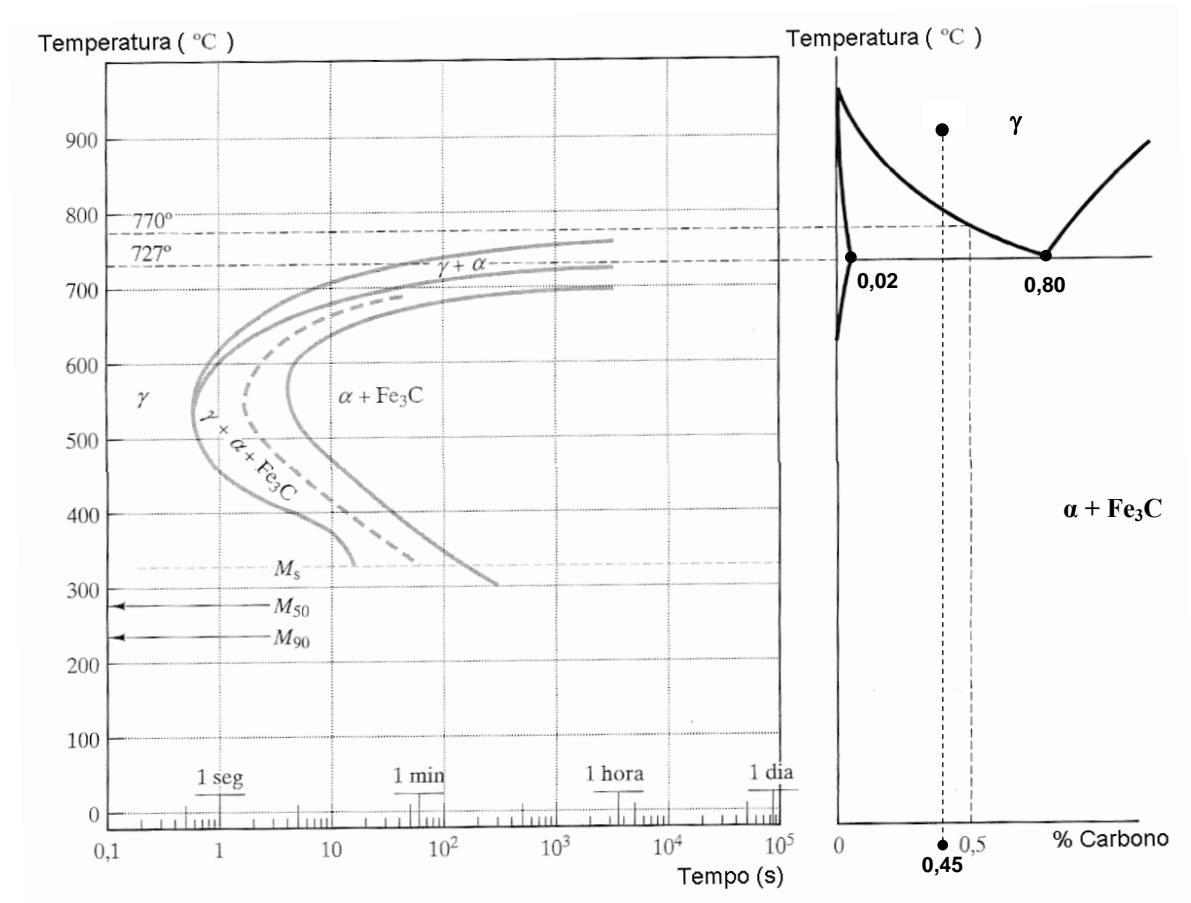
A condutividade é calculada pela equação:

$$\sigma \approx p |e| \mu_b = 2 \times 10^{20} \times 1,6 \times 10^{-19} \times 0,2 = 6,4 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$$

- 6) Uma barra de aço SAE 1045 (0,45 % C) foi aquecida até a temperatura de 900°C.
- Qual a microestrutura obtida na barra se for resfriada em condições de equilíbrio?
  - Com base nos dados fornecidos, qual a fração volumétrica de ferrita pró-eutetóide obtida?
  - Se a barra for reaquecida até a temperatura de 770°C, e mantida nesta temperatura até atingir a microestrutura de equilíbrio, e supondo que a solubilidade máxima de carbono na ferrita nesta temperatura é de 0,02% de C, qual a fração de ferrita nesta temperatura?
  - Se a barra for resfriada de 770°C até a temperatura ambiente com uma velocidade de 100°C/s no centro da barra, qual a microestrutura obtida na temperatura ambiente?

Dados:

Temperatura Ambiente = 25°C



**RESPOSTA:**

- A microestrutura obtida é: ferrita pró-eutetóide e perlita.

b) Para calcular a fração volumétrica de ferrita pró-eutetóide basta aplicar a regra da alavanca na temperatura eutetóide, assim:

$$\% \text{ferrita.pró-eutetóide} = \frac{0,80 - 0,45}{0,8 - 0,02} \times 100 = \frac{0,35}{0,78} \times 100 = 44,87\%$$

c) Quando reaquecida a 770°C, é só aplicar de novo a regra da alavanca, desta vez na temperatura de 770°C:

$$\% \text{ferrita.pró-eutetóide} = \frac{0,50 - 0,45}{0,5 - 0,02} \times 100 = \frac{0,05}{0,48} \times 100 = 10,42\%$$

d) O tempo de resfriamento da barra na temperatura de 770°C até a temperatura ambiente de 25°C a uma velocidade de resfriamento de 100°C/s é de 7,45 segundos  $((770-25)/100)$ . Neste caso a microestrutura resultante é ferrita pró-eutetóide mais martensita.

7) Uma tubulação de aço-carbono, a ser utilizada para transportar uma solução de ácido clorídrico, foi submetida a um teste de corrosão para avaliação. A tubulação de aço foi revestida internamente com uma camada de 2cm de espessura de zinco metálico. Verificou-se que há uma densidade de corrente de corrosão de 10mA/m<sup>2</sup>. Para essa situação:

a) Verificar se o revestimento protege a tubulação por um período de 1 ano;

b) Qual a pilha formada no processo de corrosão? Justificar.

Considere como informações:

Lei de Faraday:  $MF = KIt$

onde:

M = perda de massa do metal que reage;

F = constante de Faraday = 96500 Coulombs;

K = equivalente eletroquímico do metal;

I = intensidade de corrente em Ampère;

t = tempo em segundos.

Perda de espessura:  $mpy = 534V/\rho$

onde:

mpy = perda de espessura do metal em milipolegadas por ano;

V = velocidade de corrosão

(Perda de massa em mg) / (Tempo em dias.Área em cm<sup>2</sup>);

$\rho$  = massa específica do metal em g/cm<sup>3</sup>.

1polegada = 2,54cm

$\rho$  (zinco) = 7,13g/cm<sup>3</sup>

Massas atômicas: zinco: 65,4g/mol;

cloro: 71g/mol;

ferro: 55,85g/mol;

hidrogênio: 2g/mol

$Zn^{2+} + 2e \rightarrow Zn$   $E^{\circ} = -0,763V$

$Cl_2 + 2e \rightarrow 2Cl^{-}$   $E^{\circ} = 1,360V$

$2H^{+} + 2e \rightarrow H_2$   $E^{\circ} = 0,000V$

$Fe^{2+} + 2e \rightarrow Fe$   $E^{\circ} = -0,440V$

### **RESPOSTA:**

a) Da Lei de Faraday:

$$MF = KIt$$

Dividindo-se ambos os membros por A (área):

$$\frac{MF}{A} = Kt \frac{I}{A}$$

ou

$$\frac{MF}{At} = K \frac{I}{A}$$

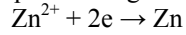
O termo  $M/At$  representa a velocidade de corrosão, V, do metal no meio em questão. O termo  $I/A$  representa a densidade de corrosão para o metal em questão. Assim tem-se:

$$VF = Ki$$

e

$$V = \frac{Ki}{F}$$

O equivalente-grama para o zinco é:



65,4g...2mols de elétrons

K.....1 mol de elétrons

$$K = 32,7\text{g}$$

Logo:

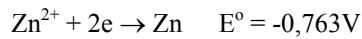
$$V = \frac{Ki}{F} = \frac{32,7 \times 10 \times 10^{-3}}{96500} = 3,34 \times 10^{-6} \text{ g / m}^2 \cdot \text{s} = 3,34 \times 10^{-8} \text{ g / cm}^2 \cdot \text{s} = 2,89 \text{ mg / cm}^2 \cdot \text{dia}$$

Calculado-se a perda de espessura:

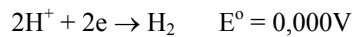
$$\text{Mpy} = 534 \times 2,89 / 7,13 = 216,4 \text{ mpy} = 0,55 \text{ cm}$$

**Logo, o revestimento resiste por 1ano.**

- b) A pilha formada no processo de corrosão deve envolver um processo anódico (desgaste de um metal) e um processo catódico (redução de alguma espécie do meio). Para o processo anódico, a reação é a de oxidação do Zinco, já que entre o Ferro e o Zinco, o potencial de equilíbrio do Zinco para a oxidação é maior.



Para o processo catódico, a redução será do íon hidrogênio, já que é a única espécie do meio possível de ser reduzida:



- 8) Deseja-se produzir vapor de água a 1,2 atm e 120°C. Para tanto, dispõe-se de um carvão cuja análise elementar é C=78%; H=6%; O=7%; N=3%; S=2%; Cinzas=4%. A água disponível para gerar o vapor está a 25°C. Necessita-se de produzir 1t/h de vapor de água. Os gases da combustão que irão aquecer a água saem do processo a 140°C. Considerando que a eficiência da transferência de calor para a água durante a combustão do carvão seja de 100%, qual deve ser a quantidade de carvão, em kg/h, necessária para essa produção?

Dados:

\*para a água:

-calor latente de vaporização: 10,5 kcal/mol = 583 cal/g

-calor específico do líquido: 1 cal/g.°C

-calor específico do vapor: 0,457 cal/g.°C

Massa atômicas: C=12; H=1; O=16; N=14; S=32.

Reações termoquímicas de combustão:

$C + O_2 \rightarrow CO_2$   $\Delta H = -96,7 \text{ kcal/mol}$ ;

$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O$   $\Delta H = -68,3 \text{ kcal/mol}$  (água no estado líquido);

$S + O_2 \rightarrow SO_2$   $\Delta H = -72,0 \text{ kcal/mol}$

$PC(I \text{ ou } S) = - \sum n_i \Delta H_i$

PCI = poder calorífico inferior;

PCS = poder calorífico superior;

n = número de mols;

$\Delta H_i$  = entalpia de combustão da substância i

**RESPOSTA:**

Como os gases são liberados a 140°C, deve-se empregar, no cálculo, o PCI (poder calorífico inferior). Para 1kg de combustível:

ELEMENTO	PORCENTAGEM EM MASSA	MASSA (em g)	NÚMERO DE MOLS
C	78	780	65
H	6	60	30
O	7	70	2,1875
N	3	30	1,07
S	2	20	0,625
Cinzas	4	40	---

Cálculo do PCS:

Determinação da quantidade de hidrogênio livre:

$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O$

1.....0,5

x.....2,1875

x = 4,375 mols de hidrogênio ligado

Hidrogênio livre = 30 – 4,375 = 25,625 mols

$PCS = -[65x(-96,7) + 25,625x(-68,3) + 0,625x(-72,0)] = 8080,7 \text{ kcal/kg}$

Cálculo do PCI:

$PCI = PCS - n(\text{água total})\lambda$

$PCI = 8080,6 - 30x10,5 = 7765,7 \text{ kcal/kg}$

Massa de combustível necessária para produzir 1t/h de vapor:

$m(\text{água})xcp_l\Delta T + m(\text{água})\lambda + m(\text{água})xcp_v\Delta T = PCIxm(\text{carvão})$

$1000000x1x(100-25) + 1000000x583 + 1000000x0,475x(120-100) = 7765,7xm(\text{carvão})$

**m(carvão) = 85954,9g/h ou aproximadamente 86kg/h de carvão**



- 9) Três substâncias identificadas com A, B e C apresentam as características listadas a seguir:

SUBSTÂNCIA	ESTADO FÍSICO	CONDUTIVIDADE ELÉTRICA	SOLUBILIDADE EM ÁGUA
A	Sólido	Alta quando pura	Insolúvel
B	Gás	Nula	Insolúvel
C	Sólido	Alta quando em solução	Solúvel

Com base nas informações fornecidas e nos conceitos e ligações químicas, identificar a ligação química presente em cada substância. Justifique.

---

### **RESPOSTA:**

#### **Substância A:**

##### **Ligação metálica.**

Justificativa: apresenta-se como um sólido, o que é característico de metais. Condutividade elétrica alta quando pura. A presença de impurezas num metal dificulta a movimentação dos elétrons livre que promovem a condução. Metais são insolúveis em água.

#### **Substância B:**

##### **Ligação covalente.**

Justificativa: a pequena interação intermolecular permite que substâncias que apresentam tal ligação, apresentem-se no estado gasoso. Como não têm elétrons livres e nem apresentam íons, sua condutividade é praticamente nula. São insolúveis em água por não apresentarem íons.

#### **Substância C:**

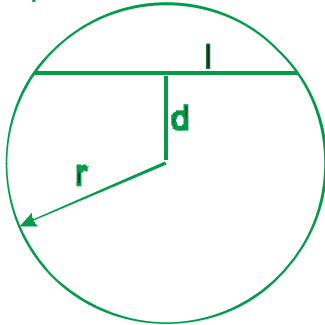
##### **Ligação iônica.**

Justificativa: é um sólido e as forças de caráter eletrostático presentes neste tipo de ligação permitem substâncias sólidas. A condutividade elétrica é alta quando em solução, uma vez que neste tipo de ligação, a interação com a água gera íons que são bons condutores de eletricidade. Solúvel em água por apresentarem a interação entre os íons e as moléculas de água.

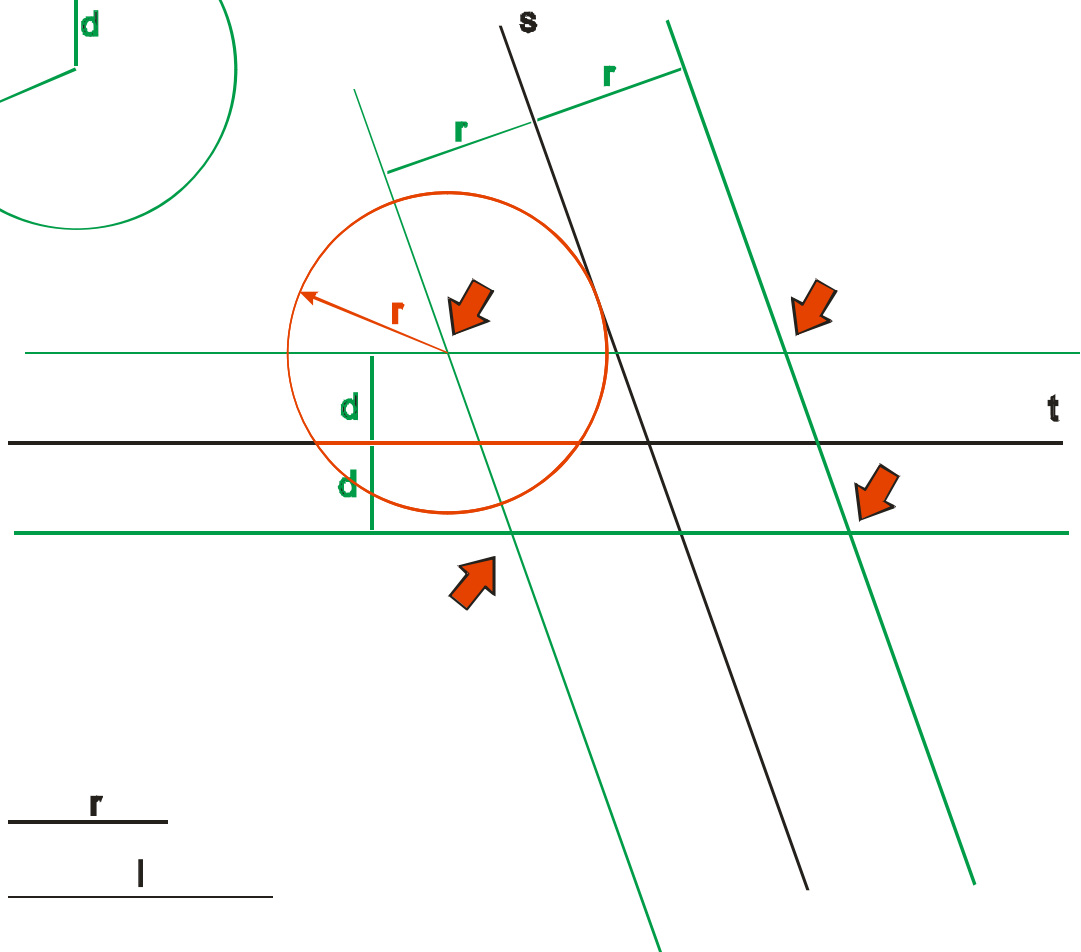
- 10) São dados graficamente dois comprimentos,  $r$  e  $l$ , e duas retas concorrentes,  $s$  e  $t$ . Construa uma circunferência de raio  $r$ , tangente à reta  $s$ , de tal modo que a reta  $t$  forme com esta circunferência uma corda de comprimento  $l$ .

**OBS:** a solução NÃO DEVE ser iterativa (isto é, por tentativa e erro). Deixe no papel todas as construções geométricas que usar para resolver o problema.

Construção auxiliar  
para determinar  $d$

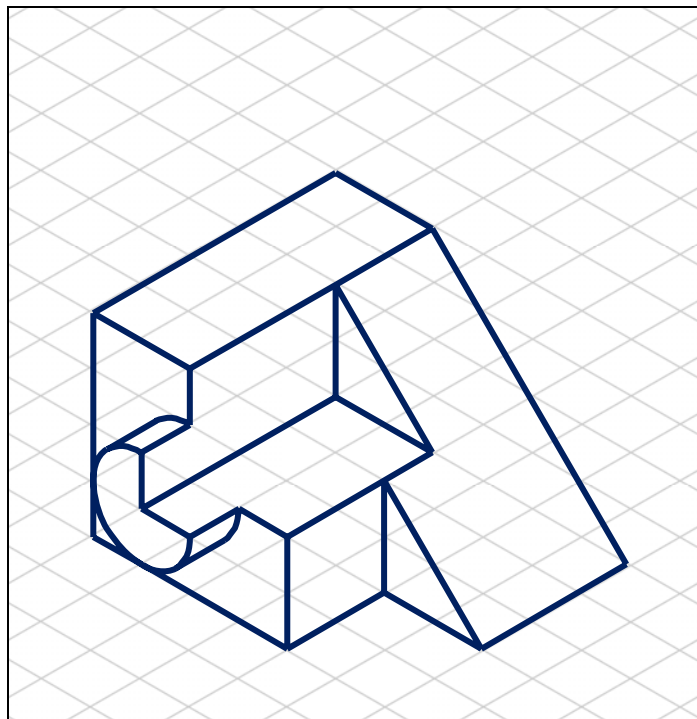
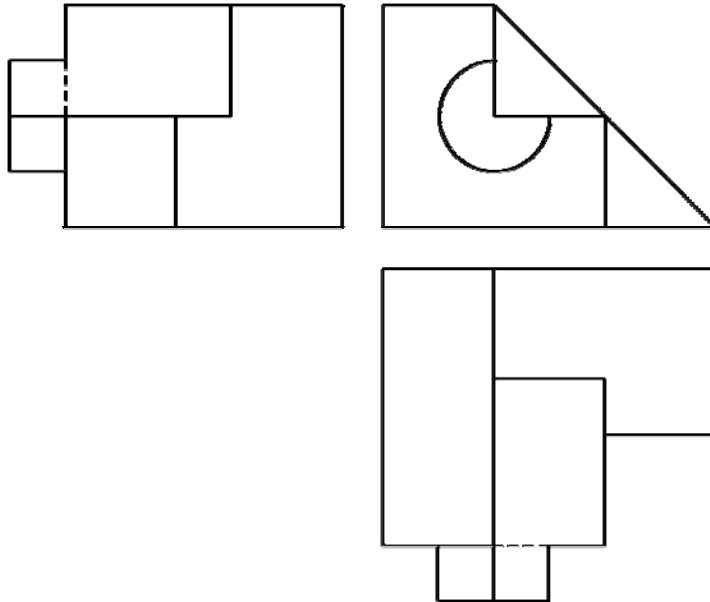


As setas mostram os centros das 4 soluções  
(somente uma solução foi desenhada)



- 11) Desenhar a perspectiva ISOMÉTRICA da peça dada abaixo por suas vistas, representadas no primeiro diedro em escala natural. Posicionar a peça na grade isométrica mostrando suas faces superior, frontal e lateral direita.

Desenhar a perspectiva em escala natural (1:1), tomando as medidas diretamente das vistas. Não é necessário desenhar as linhas ocultas nem cotar a perspectiva.

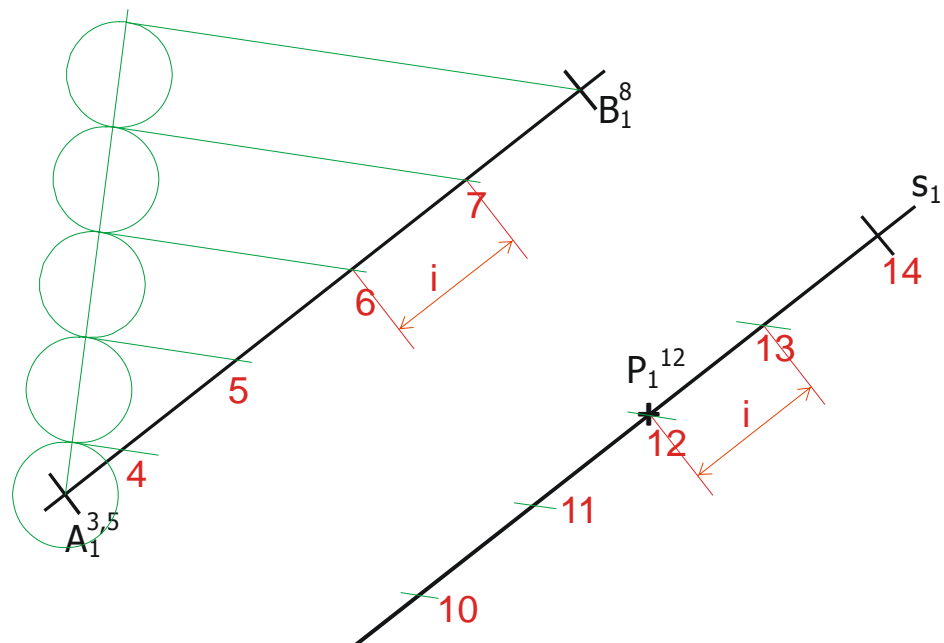


12) Dadas as projeções cotadas da reta **AB** e do ponto **P**:

- Graduar a reta **AB** (deixar as construções);
- Calcular o intervalo da reta **AB** com precisão de centímetros (deixe os cálculos claramente indicados);
- Determinar a projeção cotada da reta **s** que passa por **P** e é paralela à reta **AB**.

Escala: 1:50 Unidade: metro

$$\text{Intervalo} = 0,019 * 50 = 0,95\text{m}$$

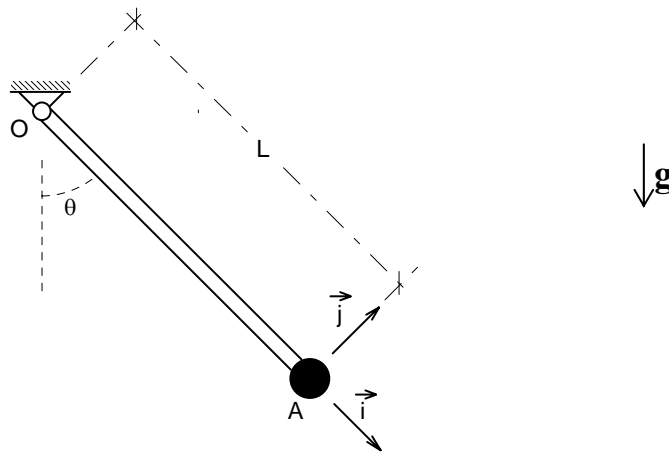


13) A barra homogênea  $OA$  de comprimento  $L$  e peso  $mg$ , articulada em  $O$ , tem em sua extremidade um peso concentrado  $2mg$ . O conjunto parte do repouso na posição horizontal. Determine:

- O baricentro  $G$  e o momento de inércia do conjunto em relação a  $O$ ;
- A velocidade angular e a aceleração angular em função de  $\theta$ ;
- A aceleração do baricentro do conjunto.

Dado: o momento de inércia de uma barra homogênea de comprimento  $L$  e

$$\text{massa } m \text{ em relação ao seu baricentro: } J = \frac{mL^2}{12}$$



**RESPOSTA:**

a) A posição do baricentro  $G$  é:  $OG = \frac{m \frac{L}{2} + 2mL}{3m} = \frac{5}{6}L$

O momento de inércia em relação a  $O$ :  $J_o = \frac{mL^2}{12} + \frac{mL^2}{4} + 2mL^2 = \frac{7}{3}mL^2$ .

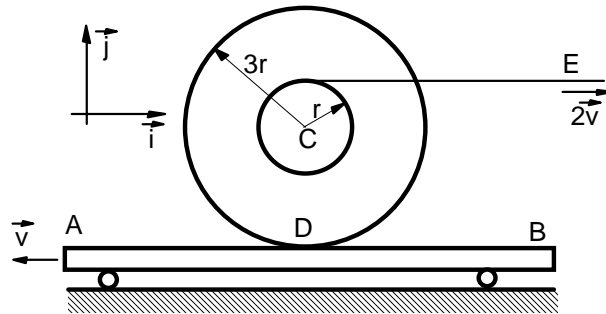
b) Teorema da Energia Cinética:  $\Delta T = \tau \Rightarrow \frac{J_o \omega^2}{2} = 3mg \frac{5}{6}L \cos \theta \Rightarrow \omega^2 = \frac{15}{7} \frac{g}{L} \cos \theta$

Derivando em relação ao tempo:  $2\omega \dot{\omega} = \frac{15}{7} \frac{g}{L} (-\sin \theta) \dot{\theta} \Rightarrow \dot{\omega} = + \frac{15}{14} \frac{g}{L} \sin \theta$

c) A aceleração do baricentro é:  $\vec{a}_G = OG\omega^2(-\vec{i}) + OG\dot{\omega}(-\vec{j}) = -\frac{75}{42}g \cos \theta \vec{i} - \frac{75}{84}g \sin \theta \vec{j}$

14) Na figura os discos concêntricos são solidários. A barra AB move-se horizontalmente com velocidade constante  $\vec{v}$ . Não há escorregamento em D. Um fio, flexível e inextensível, é enrolado no disco menor e sua extremidade E tem velocidade absoluta igual a  $2\vec{v}$ , como mostrado na figura. Adotando como referencial móvel a barra AB e utilizando os versores  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , determine:

- As velocidades relativa e absoluta do ponto D;
- O vetor de rotação absoluta ( $\vec{\omega}$ ) dos discos;
- O Centro Instantâneo de Rotação (CIR) dos discos;
- As acelerações relativa, de arrastamento, de Coriolis e absoluta do ponto D do disco.



**RESPOSTA:**

a) Velocidade relativa do ponto D:  $\vec{v}_{D,r} = \vec{0}$ .

Velocidade absoluta do ponto D:  $\vec{v}_D = -v\vec{i}$

b) A velocidade de E é a mesma velocidade do ponto do disco em contato com o fio. Usando a expressão de

$$\text{Poisson: } \vec{v}_E = 2v\vec{i} \Rightarrow 2v\vec{i} = \vec{v}_D + \vec{\omega} \wedge (4r\vec{j}) \Rightarrow \omega = -\frac{3v}{4r} \Rightarrow \vec{\omega} = -\frac{3v}{4r}\vec{k}$$

c) A velocidade do CIR é nula. Usando a expressão de Poisson:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_{CIR} + \vec{\omega} \wedge (D - CIR) \Rightarrow -v\vec{i} = -\frac{3v}{4r}\vec{k} \wedge (D - CIR)\vec{j}$$

$$\text{A solução da equação vetorial resulta } (CIR - D) = \frac{4}{3}r\vec{j}$$

d) Aceleração relativa do ponto D  $\vec{a}_{D,r} = 3\omega^2 r\vec{j}$ .

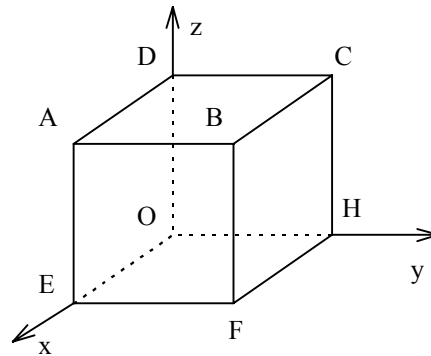
Aceleração de arrastamento do ponto D  $\vec{a}_{D,a} = \vec{0}$ .

Aceleração complementar do ponto D  $\vec{a}_{D,c} = \vec{0}$ .

Aceleração absoluta do ponto D  $\vec{a}_D = \vec{a}_{D,r} + \vec{a}_{D,a} + \vec{a}_{D,c} = 3\omega^2 r\vec{j}$

15) A figura mostra um cubo homogêneo de peso  $\vec{P} = -2p\vec{k}$  e aresta "a". Sobre o cubo agem as forças  $\vec{F}_1 = 3p\vec{k}$  aplicada no ponto H e  $\vec{F}_2 = -p\vec{i} - 2p\vec{j}$  aplicada no ponto O, e um binário de momento  $\vec{M} = -3ap\vec{i} + 4ap\vec{j} + ap\vec{k}$ . Pede-se:

- Determinar a resultante  $\vec{R}$ ;
- Determinar o momento  $\vec{M}_O$ ;
- Verificar se é possível reduzir o sistema a uma única força. Justifique.




---

**RESPOSTA:**

a) A resultante é  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = p(-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$ .

b) O Momento em relação ao pólo O é  $\vec{M}_O = (G-O) \wedge \vec{P} + (H-O) \wedge \vec{F}_1 + (O-O) \wedge \vec{F}_2 + \vec{M} = pa(-\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k})$ .

c) O Invariante do sistema de forças é  $I = \vec{R} \cdot \vec{M}_O = 8p^2a \neq 0$ .

Portanto, não é possível reduzir o sistema a uma única força.